۴۵۰-۴۵۵

آشنائی با ریاضیات

جلد بیست و دوم

اسفند ماه ۱۳۶۷

آشنایی با ریاضیات (جلد بیست‌ودوم)
سردبیر: پرویز شهریاری
امور فنی: حسن نیک‌بخت
ناشر: انتشارات فردوس
تیراژ: ۲۰۰۰ نسخه
چاپ اول، اسفند ۱۳۶۷

حروفچینی: مهدی
چاپ و صحافی: رامین

فهرست جلد بیست ودوم

۳۹۰ ریال

فرمولهای مثلثاتی به‌روایت بتانی

«ابوعبدالله محمدبن جابربن سنان بتانی» ریاضی‌دان واخترشناس بزرگ ونامدار از مردم بین‌النهرین بودکه پیش از سال ۲۴۴ ه.ق. به دنیا آمد و در سال ۳۱۷ ه.ق. هنگام بازگشت از بغداد به شهر «رقه» که سال‌ها محل زندگی وفعالیت علمی او بود، درگذشت.

اثرریاضی ونجومی مهم او «زیج صابی» نام دارد. مشاهدهٔ تفاوتهای موجود درآثارپیشینیان، بتانی را برآن داشت تاخود شخصاً رصدهای متعدد و دقیقی انجام دهد و ضمن اصلاح پاره‌ای از اشتباهات اخترشناسان قبلی به‌نتایج تازه وارزشمندی دست یابد و زیجی تهیه‌کندکه درگسترش نجوم و مثلثات‌کروی دردورهٔ اسلامی ودراروپای قرون میانه و اوایل نوزایی‌علمی وفرهنگی، تأثیرچشمگیری داشته است. «زیج صابی» درقرون میانه از عربی به‌لاتینی واسپانیولی ترجمه شد.چکیدهٔ مطالب این زیج نیز به‌زبان‌انگلیسی انتشار یافته است.

بتانی درزیج خود نوشته است: «**طبیعت انسان طوری است‌که برای رسیدن به‌حقایق اشیاکششی بالقوه دراو هست. اما درمقابل آن‌کشش، سستی‌و رخوت نیز وجود دارد. چون شخص بکوشد و روزگار دراز پایداری کند، این سستی و رخوت ناچیز خواهد شد.**»

یکی از آثار برجای مانده از بتانی رسالهٔ کوتاهی است به‌نام «تجرید اصول ترکیب الجیوب» به‌معنی خلاصهٔ روشهای محاسبهٔ سینوسها که ترجمهٔ فارسی‌آن را دراینجا می‌خوانید. تنها نسخهٔ شناخته شده ازاین اثرکه تماماً بریك صفحه نوشته شده درکتابخانهٔ جارالله (استانبول) به‌شمارهٔ ۱۴۹۹/۳ نگهداری می‌شود. ابعاد صفحه ۱۳۰×۱۷۸ سانتی‌متر و ابعاد متن ۸۵×۱۲۵ سانتی‌متر است که در ۱۷ سطر نوشته شده است. صفحهٔ حاوی رسالهٔ مورد نظر پشت هشتاد و یکمین برگ مجموعه‌ای است‌که این رساله سومین بخش‌آن است و تاریخ‌کتابت یکی از بخشهای قبلی ۶۷۷ ه.ق. ذکر شده است.برروی نخستین صفحهٔ این مجموعه‌که درحکم صفحهٔ عنوان‌است،

رسالهٔ فوق به‌بتانی نسبت داده شده است. درآغاز صفحه‌ای هم‌که این‌رساله را دربر می‌گیرد، قبل از عنوان رساله نام «التبانی» ذکر شده است. اما بروکلمان در کتاب معروف خود راجع به نسخه‌های خطی عربی* (صفحهٔ ۳۹۸ ازپیوست اول کتاب) این اثر را جزو آثارکوشیارگیلانی ذکر کرده و دکتراحمدسلیم سعیدان نیزدرفرهنگ زندگینامه‌های علمی**(به‌زبان‌انگلیسی) در مقالهٔ کوشیار این رساله را (احتمالا به‌پیروی از بروکلمان) به کوشیار نسبت داده است. شاید منشأ این اشتباه عنوان دومین بخش این مجموعهٔ خطی باشدکه نام‌کوشیار درآن آمده است: «کتاب مختصر فی علم‌الهیئة من هیئة‌کوشیار و من هیئة ابن افلح الاشبیلی». درکتاب جدید و ارزشمند آقای فواد سزگین راجع به معرفی نسخه‌های خطی عربی*** که جلدهای پنجم و ششم‌آن به‌ریاضیات ونجوم اختصاص دارد، این رساله در ردیف‌آثارکوشیار ذکر نشده است. آقای ابوالقاسم قربانی هم در ویرایش جدید وکاملتر کتاب «ریاضیدانان ایرانی»که اخیراً با نام «ریاضیدانان دورهٔ اسلامی» منتشر شده (ودرتهیهٔ همین مقدمه دربارهٔ بتانی مورد استفاده قرارگرفته) این اثر را از فهرست‌آثار ریاضی کوشیار حذف‌کرده‌اند.

فیلم این رساله از طریق مکاتبه از کتابخانهٔ جارالله که تحت پوشش «مرکز فرهنگی سلیمانیه» (استانبول) است درخواست ودریافت شده وازاین بابت ازآقای«معمراولکر» سرپرست این مرکز فرهنگی سپاسگزاری می‌شود.

کلمات داخل کروشه افزودهٔ مترجم است. بیان امروزی مطالب این رساله در پانویسها به‌اختصار آمده است.

محمد باقری

---

* Brockelmann, Carl: *Geschichte der Arabischen Litteratur*, 1949.

** *Dictionary of Scientific Biography*, vol. 7, 1973.

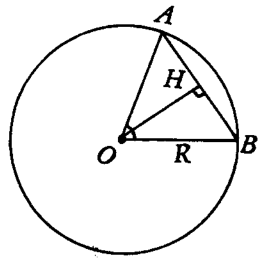
*** Fuat Sezgin; *Geschichte des Arabischen Schrifttums*, vol. 5 & 6, 1974-1978.

خلاصه روشهای محاسبه سینوسها[1]

وتر [کمان] یك‌ششم [دایره] برابرست با نصف قطردایره. اگر مربع وتر [کمان] یك ششم [دایره] را از مربع قطر کم کنیم، مربع وتر [کمان] یك سوم [دایره] باقی می‌ماند و به همین ترتیب، هر قوسی که وترش معلوم است، چون مربع وترش را ازمربع قطر [دایره]کم کنیم، مربع وتر مکمل‌آن نسبت به نیم‌دایره باقی می‌ماند.[2]

نصف مربع قطر برابر است با مربع وتر [کمان] یك چهارم [دایره].
وچون نصف قطر را در خودش ضرب‌کنیم و به آن، حاصلضرب ربع قطر در خودش را بیافزاییم وجذر این مجموع را بگیریم و ازآن ربع قطر دایره را کم کنیم، باقیمانده وتر [کمان] یك دهم [دایره] است.[3] مجموع مربع وتر [کمان] یك دهم دایره و مربع وتر [کمان] یك ششم [دایره] برابر است با

۱. گرچه عنوان این رساله‌کوتاه وفشرده مربوط به سینوسهاست، در سراسر آن دربارهٔ اندازهٔ وتر کمانها صحبت شده است. با این حال با توجه به‌رابطهٔ بین وتر وسینوس‌یك کمان اشکالی باقی نمی‌ماند،زیرا باتوجه به‌شکل می‌توان نوشت،



$$\text{وتر } \widehat{AB} = AB = ۲AH = ۲R\sin\widehat{AOH} =$$
$$= ۲R\sin\frac{\widehat{AOB}}{۲}$$

ضمناً وتر مکمل هر کمان مستقیماً به‌کسینوس‌آن مربوط است، زیرا،

$$\text{وتر } (۱۸۰^\circ-\alpha) = ۲R\sin\frac{۱۸۰^\circ-\alpha}{۲} = ۲R\sin\left(۹۰^\circ-\frac{\alpha}{۲}\right) = ۲R\cos\frac{\alpha}{۲}$$

۲. این خاصیت را می‌توان مستقیماً از قضیهٔ فیثاغورث نتیجه‌گرفت.

۳. به‌عبارت دیگر، طول ضلع ده‌ضلعی‌منتظم محاط دردایره به‌شعاع R برابرست‌با $\frac{\sqrt{۵}-۱}{۲}R$.

مربع وتر [کمان] یك پنجم [دایره].[1]

هردو کمانی از دایره که وترهایشان معلوم باشد، وترکمان حاصل از تفاضل‌آنها چنین معلوم می‌شودکه وتر هر یك از دوکمان را دروتر [کمان] مکمل دیگری نسبت به نیم دایره ضرب می‌کنیم و تفاضل بین این دو [حاصلضرب] را اختیار کرده، بر قطر دایره تقسیم می‌کنیم. نتیجه برابرست با وتر [کمان] حاصل از تفاضل این دوکمان.[2]

هرکمانی که وترش معلوم باشد، وتر نصف آن [کمان] چنین معلوم می‌شود که وتر [کمان] مکمل آن را از قطر دایره کم می‌کنیم و حاصل را نصف کرده در قطر ضرب می‌کنیم و جذر این حاصلضرب را می‌گیریم، وتر نصف این‌کمان به‌دست می‌آید.[3]

هردوکمانی‌که وترهایشان معلوم باشد، چون آنها را جمع‌کنیم، وتر مجموعشان چنین به‌دست می‌آیدکه وتر یکی را دروتردیگری ضرب می‌کنیم و وتر [کمان] مکمل یکی را در وتر [کمان] مکمل دیگری ضرب می‌کنیم، سپس تفاضل بین این دو [حاصلضرب] را به دست می‌آوریم و حاصل را بر قطر تقسیم می‌کنیم، نتیجه وتر [کمان] مکمل این کمان مجموع، نسبت به نیم‌دایره است.[1]

تمام شد وستایش خدایراست.

۱. این خاصیت متکی به‌رابطهٔ مثلثاتی زیراست که‌آن را به‌آسانی می‌توان اثبات کرد،

$$۴\sin^{۲}۱۸^\circ + ۱ = ۴\sin^{۲}۳۶^\circ$$

۲. این مطلب را امروزه برحسب سینوس با فرمول زیر بیان می‌کنیم،

$$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$$

۳. این بیان معادل است با فرمول سینوس نصف‌کمان،

$$\left|\sin\frac{\alpha}{۲}\right| = \sqrt{\frac{۱-\cos\alpha}{۲}}$$

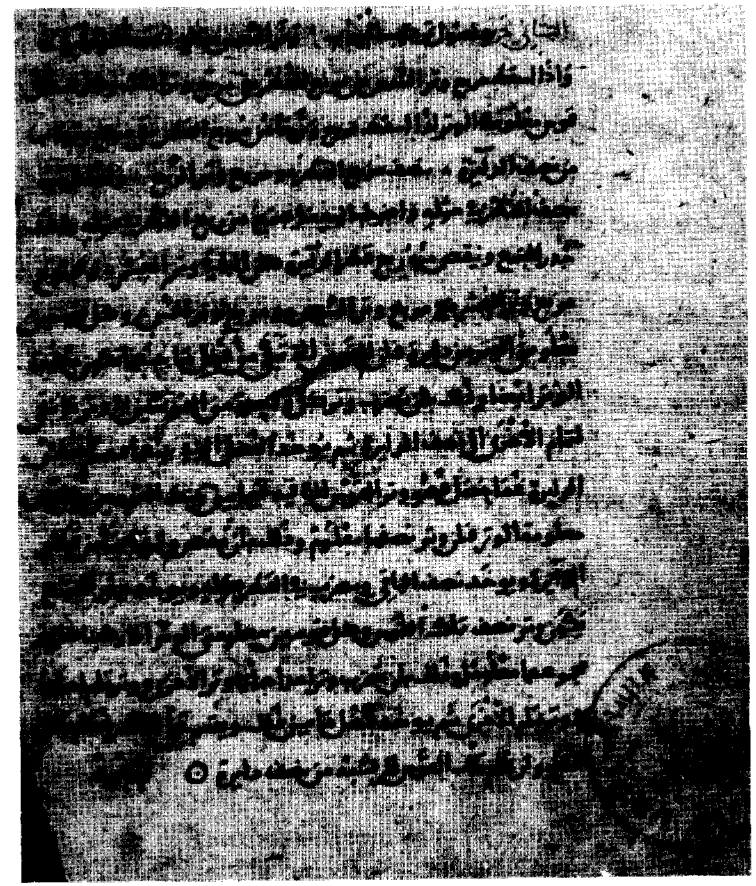
۴. این مطلب هم معادل است با فرمول‌کسینوس مجموع دوکمان به صورت،

$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$

←

تجرید اصُول ترکیب الْجُیُوب

وَتَرالسُّدس مساوٍ لنصف قُطرالدایرة. /وَاذا اسقط مربع وترالسُّدس من

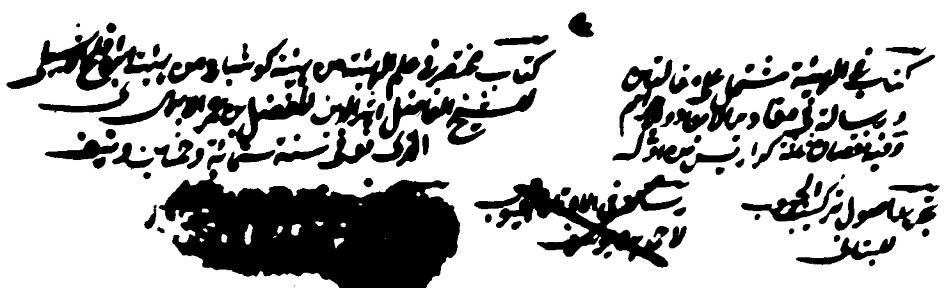


عکس صفحهٔ عنوان مجموعهٔ خطی شامل رسالهٔ «تجرید...» بتانی

→ البته دراینجا وتر مکمل کمان مجموع به‌دست می‌آید که با توجه به‌آنچه در آغاز مقاله‌گفته شده (رابطهٔ متکی به قضیهٔ فیثاغورث) وتر خودکمان‌مجموع را نیز می‌توان به‌دست‌آورد.

مُربع القُطر بقی مُربع وتر الثلث وکذَلك کُل/ قوس معلومة الوتر اذا اسقط مربع وَتَرها مْن مُربع القطر یبقی مربع وتر تمامها/ من نصف الدآیرة: نصف مربع القطر هو مربع وترالربع. واذا ضُرب/ نصف القُطر فی مثلِه و اضیف الیهِ ما یجتمع من ربع القطر فی مثلِهِ و اخذ/ جذر المجتمع وینقص منه رُبع قطر الدآیره فان الباقی وترالعِشْر. ومجموع/ مربع وترالعُشر مع مربع وترالسدس هو مربع وتر الخمس وکل قوسین/ معلُومتی الوتر من دایرة فان القَوس التی تَبقَی من فَضل ما بینَهما تکون معلُومة / الوَتر ایْضا و ذَلك بان تضرب وتر کل واحدة من القُوسَین فی وتر مایبقی/ لتمام الأُخْرَی الی نصف الدایرة ثم یُوخُذ الفَضل الذی بینَهما و فنقسم علی قُطر/ الدایرة فَمَاحَصَل فَهُوَ وترالقَوْس الباقیه فیمابین تلك القوسین وکل قوس/ معلومة الوتر فان وتر نصفها معْلومٌ و ذَلك بان تنقص وتر تمامها من قُطرِ/ الدآیرة ویوخَذ نصف الباقِی ویضرب فی القطر کِلِهِ ویوخَذ جذرالمجتمع/ یَکوُن وتر نصف تلك القَوس وکل قوسین معلومتی الوتر اذا رکبنا کان وتر/ مجموعهما معْلُوماً و ذلك بان تضرب وتر احداهما فِی وتر الاخری ووتر تمام احداهما/ فی وتر تمام الاخری ثم یوخَذ فَضل مابین ذَلك ویقسم علی القطر فَمَاحصَل/ فهُو وتر تمام تلْك القَوس المرتبه من نصف دایرة.

تَم و الْحمْدُلله



عکس متن عربی رسالهٔ «تجرید...» بتانی که روی یک‌صفحه ازمجموعهٔ خطی نوشته شده است.