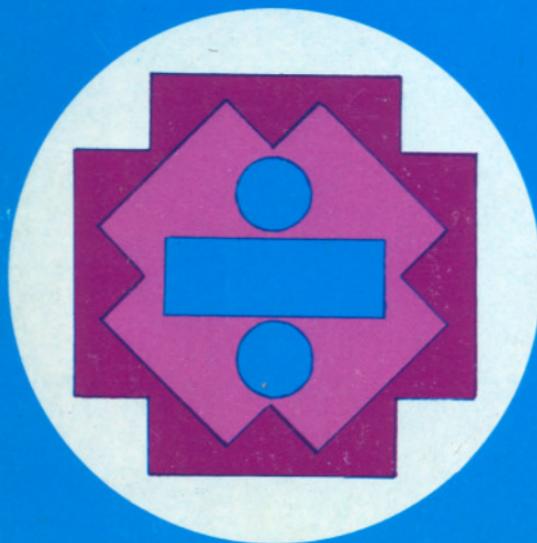




آشتی با ریاضیات



دی ۱۳۵۸



آشتبای ریاضیات

سرد بیر: پرویز شهریاری
زیر نظر هیئت تحریر به
از انتشارات جانبی دانشگاه آزاد ایران
صفحه‌آرائی، تصحیح، چاپ و صفحه‌یافی: مرکز تولید انتشارات دانشگاه آزاد ایران
نشانی: تهران - خیابان کریم‌خان زند - اول آبان‌شمالی - دانشگاه آزاد ایران

سال سوم - شماره ۲ (۱۲)

فهرست مطالب

۱- فقره‌یه بازی در ریاضیات	در صفحه ۱
۲- امید ریاضی در داستان ملا نصرالدین	در صفحه ۲۶
۳- رمزوراژدها و شکل‌ها	در صفحه ۴۷
۴- ریاضیات و ورق‌های بازی	در صفحه ۲۸
۵- مر بع جادوئی یا مر بع وقی	در صفحه ۳۷
۶- کاربردی از ریاضیات در علوم انسانی	در صفحه ۴۸
۷- شگفتی‌های عدد	در صفحه ۵۵
۸- یوهان کپلر	در صفحه ۵۸
۹- پاسخ رمزوراژدها و شکل‌ها	در صفحه ۷۱
۱۰- اسرار باد	در صفحه ۷۵
۱۱- تدریس ریاضیات	در صفحه ۷۹

«امیدریاضی» در استان ملا نصر الدین

محمد باقری

خفیف می شو دوره ظرف دیگر ۱۰۰۰ قرص موجود است که یکدانه از قرص های آن کشته است. ضمناً همه قرص های هر ظرف کاملاً بایکدیگر مشابه و یکسان هستند. بی شک شخصی که مجبور به انتخاب است، اگر از عقل کافی برخوردار و بزندگی و تئدرستی خود علاطفند باشد، قرصی از ظرف اول برخواهد داشت. چرا امکن نهاینکه در انتخاب قرص از ظرف اول احتمال برداشتن قرص نامطلوب

صد بار بیشتر از ظرف دوم است؟ (در ظرف اول این احتمال $\frac{1}{10}$ در ظرف دوم $\frac{1}{1000}$)

است.) در اینکه باید آن شخص قرص اجباری را از ظرف اول انتخاب کند جای تردیدی نیست، ولی اگر بتوانیم هلت این انتخاب را به روشنی و دقیق بیان کنیم، آنچنان که قابلیت تعیین به موارد مشابه را داشته باشد، به درک ریاضی مفهوم «امید ریاضی» نائل شده ایم. در ظرف اول اگرچه احتمال برداشتن قرصی که موجب مسمومیت خفیف می شود خیلی بیشتر است ولی در عوض ضرر حاصل از آن بسیار کمتر از وقتی است که در ظرف دوم قرصی را که انتخاب کرده ایم، همان قرص کشته باشد.

مثال ۳ - می دانیم که برای ییمه کردن یامفازه یا ساختمان که در مجاورت پمپ بنزین باشد، باید حق ییمه نسبتازیادی در سال پرداخت شود. در این مورد اگرچه احتمال آنکه در طول سال آتش سوزی رخ ندهد - که در واقع از دست رفتن حق ییمه ای است که پرداخت می شود - بیش از ۵ درصد است، ولی از آنجا که در صورت وقوع چنین حادثه ای ضرر حاصله به مراتب بیشتر از حق ییمه است، ییمه کردن آن مفازه یا ساختمان به صرفه و معقول خواهد بود و بدیهی است که هرچه احتمال آتش سوزی بیشتر باشد، پرداخت حق ییمه بیشتری قابل قبول است. از سوی دیگر هرچه مبلغ ضرر ناشی از آتش سوزی - که به قیمت ساختمان یامفازه و کالاهای داخل آن بستگی دارد - بیشتر باشد، باز هم میزان حق ییمه افزایش می باید. پس در چنین موردی برای آنکه بینین پرداخت چه مبلغی برای ییمه معقول است باید هم مبلغ ضرر ناشی از آتش سوزی و هم احتمال وقوع آتش سوزی را ملاک عمل قرار دهیم.

باتوجه به اینکه این مفهوم در زندگی روزمره در موارد گوناگونی ظاهر می شود مثالهای فراوان می توان ذکر کرد. بعنوان آخرین مثال، مسئله ای را عنوان می کنیم: **مثال ۴** - فرض کنید که از درون کیسه ای که حاوی ۵ توب قرمز و ۸ توب آبی است، یک توب را به طور تصادفی خارج می کنیم. جایزه توب قرمز ۵ ریال و جایزه توب آبی ۳ ریال است. برای بردن جایزه باید رنگ توپ را که خارج می شود درست پیش بینی کرده باشیم. حال باتوجه به شرایط مسئله، انتخاب کدام رنگ به صرفه تر است؟

در حساب احتمالات مفهومی به نام «امیدریاضی» وجود دارد که دارای کاربردهای عملی گسترده ای است و پیش از آنکه تعریفی دقیق و کمی از این مفهوم عرضه شود، عملاً افراد در زندگی روزمره برداشتی کیفی از آن دارند و به طور حسی در تصمیم گیری ها آن را موردنظر قرار می دهند. برای آشنایی با این مفهوم، از چند مثال شروع می کنیم:

مثال ۱ - گاهی اوقات ممکن است به خاطر دیدار دوستی به شهر دوری مسافرت کنیم. اگرچه احتمال دارد که به دلیلی در آن شهر موفق به دیدارش نشویم اما اهمیت دیدار آن دوست می تواند بر تردید ناشی از این احتمال غایب کند و درنتیجه اقدام به چنین سفری بکنیم. در مقابل، ممکن است روزی از حوالی خانه آشنا بی عبور کنیم و احتمال زیاد هم بدھیم که اودرخانه باشولی چون اشتیاق زیادی به دیدارش نداریم، این احتمال زیاد را نادیده بگیریم و برای دیدنش راه خود را دور نکنیم، مگر آنکه مطمئن باشیم که حتماً در خانه مانده است.

مثال ۲ - فرض کنیم که کسی را مجبور می کنند که ازین دو ظرف که هر یک حاوی تعدادی قرص است، یک ظرف را انتخاب کند و یکدانه قرص از آن را بخورد، ظرف اول حاوی ۵ قرص است که از میان آنها یک قرص موجب مسمومیت

* mathematical expectation

در این داستان که منطق آن از نظر عقل متعارف می‌لغه آمیز و همان درخور لطیفه است نکته اصلی، برداشت حسی و کیفی از مفهوم امید ریاضی در ذهن سازنده داستان است.

رہم و راز عدددها و شکل‌ها

۱. در این ضرب، هر حرف نماینده یک رقم، حرف‌های مساوی نماینده رقم‌های مساوی و حرف‌های مختلف نماینده رقم‌های مختلف است. رقم‌ها را مشخص کنید:

$$AB \times CD = BBB$$

۲. اگر هر کدام از دو تصادع حسابی

$$2 \quad 7 \quad 22 \quad 12 \quad 17 \quad 22 \dots$$

$$2 \quad 5 \quad 8 \quad 11 \quad 14 \quad 12 \dots$$

را تا 5^{th} جمله بنویسیم، چندجمله مساوی در دو تصادع وجود خواهد داشت؟
۳. تعداد سکه‌های هم اندازه داریم. وقتی که خواستیم آنها را به صورت یک مرربع در آوریم، ۵ سکه زیاد آمد. بدون دستزدن به مرربع اول، خواستیم، مربعی بسازیم که ضلع آن بیکواحد بزرگتر باشد، ۸ سکه کم آوردیم. چند سکه داشته‌ایم؟

۴. چه ساعتی است؟

- اگر یک چهارم زمانی را که از ظهر گذشته است، به نصف فاصله زمانی ازحالا تاظهر فردا اضافه کنیم، پاسخ خود را بدست می‌آورید.

۵. برای بدست آوردن عدد ۷، پنج بار از عدد ۲ استفاده کنید.

۶. آیا می‌توانید با استفاده از تمامی ده رقم از $5 \text{ to } 9$ ، عدد 9^{th} را بدست آورید؟

۷. نیمدايره‌ای به شماع واحدرا دوریکی از دوانهای قطر آن، به اندازه 30° درجه دوران داده‌ایم. مطلوبست مساحت شکلی که ضمن این دوران، محیط بر نیمدايره اصلی می‌شود.

پاسخ‌ها را در صفحه ۷۱ بینید

برای یافتن جواب نیاز به محاسبه‌ای داریم که مستقیماً به مفهوم امید ریاضی مربوط می‌شود. اگر رنگ قرمز را انتخاب کنیم، احتمال آنکه توپی به همین رنگ از کیسه خارج شود $\frac{5}{13}$ و این احتمال در مورد خارج شدن توپ آبی $\frac{8}{13}$ است. اگر ارزش جایزه هر دور نگیکسان بود، بلا فاصله رنگ آبی را انتخاب می‌کردیم. ولی با توجه به صورت مسئله باید تفاوت ارزش این دو حالت را نیز در محاسبه مبنظر کنیم. برای اینکار ملاک مقایسه باید حاصل ضرب هر احتمال در ارزش خادمه مربوط به آن باشد. این ملاک مقایسه همان کمیتی است که در حساب احتمالات امید ریاضی خوانده می‌شود:

$$\frac{5}{13} \times \frac{5}{25} = \frac{25}{13}$$

$$\frac{8}{13} \times \frac{3}{24} = \frac{24}{13}$$

می‌بینیم که امید ریاضی برای انتخاب رنگ قرمزیشتر از رنگ آبی است و بنا بر این انتخاب رنگ قرمز به صرفه‌تر خواهد بود. با توجه به این توضیحات اکنون می‌توانیم امید ریاضی را به صورت زیر تعریف کنیم:

«امید ریاضی عبارت است از ارزش یک حادثه ضرب در احتمال وقوع آن» تاجرجی که مبلغ معنی پول برای عامله‌ای به جریان می‌اندازد، رانده‌ای که برای نزدیک تر کردن مسیر شنطر جریمه پلیس را می‌پذیرد و از خیابان پکظرفه درجهت خلاف حرکت می‌کند، شاگرد مدرسه‌ای که درسر امتحان یک درس سخت، خطر لورفتن را به جان می‌خرد و دست به تقلب می‌زند و بالاخره آنکه سیلی نقد را به حلوای نسبیه ترجیح می‌دهد، همه اینها به طور ناخودآگاه مفهوم امید ریاضی را به کار می‌گیرند. یک ضرب المثل عربی می‌گوید: «یک گنجشک در دست بهتر ازده گنجشک در هواست». بهر حال امروزه مفهوم امید ریاضی به طور آگاهانه و دقیق و روشن در اقتصاد، برنامه‌ریزی، مدیریت صنعتی، مسائل ایمنی، اینبارداری، بازی‌ها و موارد متعدد دیگر مورد استعمال یافته است.

داستانی از ملانصر الدین وجود دارد که تا حدی - اگر نگوییم دقیقاً - به بحث ما مربوط می‌شود. می‌گویند یک روز ملا کنار دریا نشسته بود و فاشقی بر ازماسترا در آب فروبرده و آرام تکان می‌داد. پرسیدند که: «علت این کارچیست؟» جواب داد که: «می‌خواهم آب دریا را ماست بزنم». گفتند: «آخر این که نمی‌شود». گفت: «قبول دارم ولی فکرش را بکنید که اگر می‌شد چه ماست فراوانی بدست می‌آمد!»