

- مجموعه مقالات پژوهشی مؤسسه آموزش عالی سوره
- ویژه‌نامهٔ بینش و موسیقی

● دفتر سوم ● پاییز ۱۳۷۶ ●

پژوهش

- یاد دوست تازه‌یافته و تازه از دست شده ● «آیا هنوز امکانی برای یگانگی علم و عمل در موسیقی ایران هست؟!» ● رسالهٔ موسیقی خیام از دیدگاه ریاضیات ● یادبود استاد در دایرةالمعارف بزرگ اسلامی ● خنیاگری، دست‌افشانی و بازی‌گری ● خاطراتی از محضر درس استاد علی‌اکبرخان شهنازی ● نکاتی دربارهٔ ارزشهای هنری تعزیه ● موسیقی نیاز امروز و فردا ● نگاهی به مختصات دستگاه همایون ● چند کلمه دربارهٔ فلهویات و موسیقی کردی ● حکمت در موسیقی انسان‌ساز ایران ● نوآوری در موسیقی ایرانی ● اشاره‌ای به موسیقی مذهبی در ایران ● موسیقی از نظر اسلام

فهرست

- ۷ دستخط شعر مرحوم تقی بینش
- ۹ سالشمار زندگی و آثار سید تقی بینش
- ۱۳ پنجاه سال در کنار یکدیگر ... / منیر اقدس صدقیانی
- ۱۷ ... سایه پربار پدر / چند سؤال از فرزندان استاد
- ۱۹ یاد دوست تازه یافته و تازه از دست شده / دکتر داریوش صفوت
- ۲۳ «آیا هنوز امکانی برای یگانگی علم و عمل در موسیقی ایران هست؟!» / محمدرضا درویشی
- ۳۱ چون غرض آمد، هنر پوشیده شد / دکتر حسین محمدزاده صدیق
- ۴۳ رساله موسیقی خیام از دیدگاه ریاضیات / صفورا هوشمند - محمد باقری
- ۶۵ یادبود استاد در دایرة المعارف بزرگ اسلامی / دکتر کاظم موسوی بجنوردی
- ۹۳ جایشان خالی است و خواهد ماند / رضا مهدوی
- ۹۷ راه بینش، از پژوهش و نگارش می گذرد / سید علیرضا میرعلی نقی
- ۱۲۵ مقاله ها، سخنرانی ها و مصاحبه های منتشر نشده
- ۱۲۷ خنیاگری، دست افشانی و بازی گری
- ۱۴۱ خاطراتی از محضر درس استاد علی اکبر خان شهنازی
- ۱۴۹ نکاتی درباره ارزشهای هنری تعزیه
- ۱۵۳ از آنچه که گذشته و آنچه که خواهیم کرد / سیدعلیرضا میرعلی نقی
- ۱۷۵ موسیقی نیاز امروز و فردا / پاسخی به یک سؤال
- ۱۷۹ پرسه در گوشه و کنار متون و مؤلفان کهن
- ۲۰۱ نگاهی به مختصات دستگاه همایون
- ۲۰۹ چند کلمه درباره فلهویات و موسیقی کردی
- ۲۲۳ حکمت در موسیقی انسان ساز ایران
- ۲۲۹ نوآوری در موسیقی ایرانی
- ۲۳۷ اشاره ای به موسیقی مذهبی در ایران
- ۲۴۹ موسیقی سنتی ایران ویژه موسیقی گیلان
- ۲۵۵ موسیقی از نظر اسلام / تقی بینش
- ۲۵۷ مقدمه بر کتاب موسیقی از نظر اسلام / رضا مهدوی
- ۲۹۹ مقدمه متن آلمانی بر آثار و احوال تقی بینش ...
- ۳۰۱ فهرست جامع مقالات استاد تقی بینش / سیدعلیرضا میرعلی نقی

به مناسبت سال جهانی خیام

۱۹۹۷ میلادی - ۱۴۱۷ هجری قمری - ۱۳۷۶ هجری خورشیدی

(نهصدمین سالگرد درگذشت عمر خیام)

رساله موسیقی خیام از دیدگاه ریاضیات

صفورا هوشیار - محمّد باقری

تقدیم به خاطره گرامی زنده یاد استاد تقی بینش که
دانش و بینش او به مهربانی و فروتنی آراسته بود.

حکیم عمر خیام، شاعر، ریاضیدان، منجم و متفکر نامدار ایرانی (در گذشته به سال ۵۱۷ هـ. ق)، رساله‌ای نیز در باب موسیقی نگاشته است. تا آنجا که می‌دانیم، متن کامل این اثر بر جا نمانده و تنها بخشی از آن با عنوان «القول علی اجناس الذی بالاربعة» به صورت نسخه خطی به شماره ۱۷۰۵/۸ (برگ ۹۷ تا ۹۹) در کتابخانه عمومی مانیسا (ترکیه) نگهداری می‌شود. فیلم این نسخه خطی به همت مرحوم مجتبی مینوی به ایران آورده شده است و در کتابخانه مرکزی دانشگاه تهران به شماره ۲۶۲ نگهداری می‌شود (دانش پژوه ۱۳۴۸، ص ۴۴۵). عکس آن نیز به شماره ۵۰۹ در همین کتابخانه موجود است (همائی، ص ۳۴۰).

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ من كلام الفيلسوف
عمر الخيام

القول على اجناس الذي بالاربعة ٥
ان نسبة المثال الثالث بقسم ثلاثة اقسام فكل
ثلاثة ارباع ويظهر في هذه نجات فلذلك تم المثال الثالث
بالذي بالاربعة وهذه الامداد الثلثة اما ان لا يكون فيه
اكثر نسبة من مجموع الباقيين وانما ان يكون فيه بعدد اكر
نسبة من ضعف مجموع الباقيين والاول يسمى قبا واطنا
والثاني ملونا وبعدها والثالث يعوا ونايفيا
وانواع القوي اوهاد والضعيف الاول وهو كل وسبع
كل وكل وسبع كل وكل جز من ثمانية واربعين جزا من
كل واعداه ٤٦٤ ٤٦٤ ٤٦٤ وهذا النوع قوي جدا
حين لو كان هذا البعد اعني جز من ثمانية واربعين جزا من
كل لانه نسبة بعد جدا والثاني من انواع القوي
ذو الضعيف الثاني وهو كل ومن كل وكل ومن كل
وكل وثلاثة عشر جزا من اثنين وثلاثة واربعين جزا واعداه
٢٢٢ ٢٢٢ ٢٢٢ وهذا النوع ما لوف

عمر الخيام

٤

بها وكذا لا تسب من انما القليل ان اهدا واثبت
الثالث ذوالضعيف الثالث وهو كل ومن كل وكل
وتسع كل وكل وستة اجزاء من خمسة وسبعين اعداد
١١٦ ١١٦ ١١٦ او اربعة ارباع وخطه عشرة اجزاء
التسوع الرابع من القوي المتصل الاول وهو كل وسبع
كل وكل ومن كل وكل جز من ثمانية وعشرين جزا
من كل واعداه ١٤٤ ١٤٤ ١٤٤ وهذا جنس جدا
والتسوع الخامس من القوي المتصل وهو كل ومن كل
وكل وتسع كل وكل وجز من خمسة وعشرين من كل
واعداه ١٤٤ ١٤٤ ١٤٤ وهذا النوع حسن
الانواع عندي والتسوع السادس المتصل الثالث
وهو كل وتسع كل وكل وثمانية وكل وجز من
اجل عشر جزا واعداه ١١٦ ١١٦ ١١٦ وهذا
النوع الصالح حسن والتسوع السابع المتصل
الاول وهو كل وسبع كل وكل وتسع كل وكل وجز من عشرين
جزا من كل واعداه ١٤٤ ١٤٤ ١٤٤ وهذا
النوع الصا موافق حسن والتسوع الثامن من

خیام در مقاله سوم یکی از آثار ریاضی خود به نام رساله فی شرح ما اشکل من مصادرات کتاب اقلیدس (ص ۴۰) به اثری از خود به نام «شرح المشکل من کتاب الموسیقی» اشاره کرده است. براساس شواهدی که مرحوم جلال همائی در خیامی نامه (ص ۳۳۹) آورده، رساله موسیقی خیام پیش از سال ۴۷۰ هجری نوشته شده است. مرحوم همائی منظور خیام را از کتاب موسیقی فوق به احتمال زیاد «کتاب موسیقی» اقلیدس (ریاضیدان یونانی حدود قرن سوم پیش از میلاد) دانسته است که ابن ندیم (در گذشته به سال ۳۸۵ هجری) از آن به عنوان «کتاب النغم که به موسیقی مشهور است» نام برده است (همائی، ص ۳۳۹).

در چاپهای آثار اقلیدس دو رساله موسیقی وارد شده است؛ یکی با نام یونانی ایساگوگه آرمونیک^۱ یعنی «مدخل بر هماهنگی» که در واقع نوشته کلثونیدس^۲ شاگرد اریستوکسن^۳ (فیلسوف و موسیقی دان یونانی حدود ۳۸۰ قبل از میلاد) است، نه اقلیدس و با نام «کتاب النغم» به عربی برگردانده شده است. دیگری رساله ای است با نام یونانی کاتاتومی کانونس^۴ و نام لاتینی سکیتو کانونیس^۵ به معنی «تقسیم درجات الحان». گمان می رود این رساله نه متن اصلی بلکه برگرفته از کتابی باشد که اقلیدس با عنوان «اصول موسیقی»^۶ نوشته و اکنون به جا نمانده است. (مرداک، ص ۲۱؛ فارمر، ص ۳۲۷). در نوشته های عربی از این اثر به عنوان «کتاب القانون» یاد شده است (مثلاً ابن ندیم، ص ۳۲۶)؛ قفطی (۵۶۸ - ۶۴۶) در تاریخ الحکماء (ص ۹۰) «کتاب قانون» را جزو آثار اقلیدس ذکر می کند و می نویسد «کتاب نغم» به غلط منسوب به اوست. «کتاب قانون» و «کتاب نغم» در قرن سوم هجری به عربی برگردانده شدند و مترجم آنها شناخته شده نیست. (ملاح، ص ۷۳). ابن هیثم (۳۵۴ - ۴۳۰)

1. Eisaawan apuovikn

2. Cleonides

3. Aristoxenus

4. Katatoun Kavovos

5. Sectio Canonis

6. Al Kata Movolknv otolxel waels

شرحی با عنوان «کتاب مقالات فی شرح قانون اقلیدس» یا «مقاله فی شرح القانون» بر آن نوشته و کتاب «رساله فی قسمة القانون» یعقوب بن اسحاق کندی (فیلسوف و دانشمند قرن سوم هجری) نیز احتمالاً شرح همین اثر است. ابن سینا (۳۷۰-۴۲۸) به «قانون» اقلیدس دسترسی داشته و در «جوامع علم الموسیقی» (ص ۳۳) که بخش موسیقی شفا ی اوست بدان اشاره کرده است (ابن ابی اصیبه، ص ۵۶۰؛ دانش پژوه ۱۳۵۵، ص ۲۹ و ۶۷). متن ویراسته آن در مجموعه آثار اقلیدس (متنهای یونانی با ترجمه لاتینی) به کوشش هایبرگ و منگه^۱ (جلد هشتم، ۱۹۱۶، ص ۳۷ تا ۴۲) درج شده است. به نوشته یوشکویچ و روزنفلد (۱۹۸۱، ص ۳۲۶) اقلیدس در این رساله موضوع تقسیم فاصله $\frac{4}{3}$ (چهارم درست) را به سه فاصله در انواع دیاتونیک، کروماتیک و آنارمونیک (ادامه مقاله را ببینید) بررسی کرده است. با توجه به محتوای رساله خیام و آنچه در بالا آمد، می توان گفت که رساله خیام بخشی از شرح وی بر کتاب موسیقی اقلیدس بوده است.

در ترجمه روسی مجموعه رسائل خیام که در سال ۱۹۶۲ میلادی به کوشش ب. روزنفلد و ا. یوشکویچ در مسکو چاپ شد، از این رساله در فهرست آثار خیام یاد شده (ص ۳۸) ولی آن را «نایافته» ذکر کرده اند.

مرحوم همائی در سال ۱۳۴۶ برای نخستین بار متن عربی رساله موسیقی خیام را بر اساس نسخه موجود در ترکیه، در کتاب خیامی نامه به چاپ رساند و با این کار، اثر مهمی از خیام را پس از قرنهای فراموشی به پژوهشگران شناساند. مرحوم تقی بینش نیز متن عربی این رساله را همراه با مقدمه ای کوتاه، ترجمه نیم آزاد و شرح و تحلیل هنری رساله در سال ۱۳۷۳ منتشر کرد (مراجع را ببینید) و در نوشته حاضر از کار ایشان نیز استفاده شده است.

بررسی ریاضی رساله موسیقی خیام که مقصود نوشته حاضر است، راه را بر تصحیح مواردی که خواندن آن دشوار بوده و تکمیل افتادگیهای رساله هموار

می‌کند و محتوای آن را برای گروه وسیعتری از خوانندگان مفهوم می‌سازد. منحصر به فرد بودن نسخه خطی این اثر، لزوم چنین کاری را بیشتر مطرح می‌کند و مرحوم همائی نیز چند بار در خیامی نامه (صفحات ۳۴۰ و ۳۴۲) به تردید خود نسبت به اعداد موجود در رساله، و لزوم تصحیح آنها اشاره کرده است.

محتوای این رساله درباره انواع مختلف تقسیم بندی فاصله $\frac{4}{3}$ در موسیقی است. اگر طول تار مرتعی را با گذاشتن انگشت بر نقطه ای که از یک سر آن به اندازه یک چهارم طولش فاصله دارد به $\frac{3}{4}$ طول اولیه تقلیل دهیم، بسامد (فرکانس) ارتعاش آن در وضعیت جدید، $\frac{4}{3}$ بسامد اولیه آن خواهد شد. در این صورت می‌گوییم فاصله موسیقایی این دو نت $\frac{4}{3}$ است. این فاصله در موسیقی یونان و ایران باستان به کار می‌رفته و موسیقی دانان دوره اسلامی آن را از جنبه نظری وسیعاً بررسی کرده‌اند. فاصله $\frac{4}{3}$ را فارابی (حدود ۲۵۹-۳۳۹) و ابن سینا همچون خیام «الذی بالاربعه» نامیده‌اند. صفی‌الدین ارموی (در گذشته به سال ۶۳۹) در کتاب ادوار خود آن را «الذی بالاربع» نامیده و عبدالقادر مراغی (در گذشته به سال ۸۳۷) در شرح ادوار آن را «ذی الاربع» خوانده است. امروزه در نوشته‌های فارسی به آن «چهارگان» یا چهارم درست می‌گویند و نام اروپایی آن تتراکورد است. علت این نام گذاری آن است که فاصله $\frac{4}{3}$ را به سه فاصله کوچکتر تقسیم می‌کردند، در نتیجه چهار نغمه (نت) از آن حاصل می‌شد. به همین ترتیب فاصله $\frac{3}{4}$ را به چهار فاصله کوچکتر تقسیم می‌کردند، در نتیجه پنج نت از آن به دست می‌آمد و آن را ذی‌الخمس می‌نامیدند. از مجموع یک ذی‌الاربع و یک ذی‌الخمس، فاصله ای به دست می‌آید که اکتاو خوانده می‌شود ($2 = \frac{3}{4} \times \frac{4}{3}$). توجه کنید که در اینجا منظور از جمع دو فاصله، حاصلضرب نسبت‌های مربوط به آنهاست، زیرا آنچه بر چگونگی احساس ما از شنیدن همزمان یا

پایپی دو نت اثر می گذارد نسبت بسامدهای آنهاست و حاصل ترکیب دو نسبت $\frac{a}{b}$ و $\frac{b}{c}$ ، نسبت $\frac{a}{c}$ است که از ضرب $\frac{a}{b}$ در $\frac{b}{c}$ به دست می آید.

خیام در رساله موسیقی خود، حالات مختلف تقسیم $\frac{4}{3}$ را به سه فاصله کوچکتر، بدون در نظر گرفتن ترتیب این فاصله ها بیان کرده است.^۱ با این تقسیم بندی، خیام بیست و یک نوع چهارگان برمی شمارد^۲ که دو نوع از آنها را خود یافته است، زیرا می گوید که آنها را در آثار گذشتگان ندیده است. انواع دیگر، قبلاً در آثار موسیقی بطلمیوس ریاضیدان و منجم قرن دوم میلادی (کتاب الموسیقی یا کتاب آرمونیک)، که در قرن سوم به عربی ترجمه شد، فارابی (کتاب الموسیقی الکبیر) و ابن سینا (کتاب الشفاء یا دانشنامه) ذکر شده است.

خیام در آغاز مقاله، انواع چهارگان را به سه دسته به نامهای قوی یا طینی (دیاتونیک)، ملون یا معتدل (کروماتیک) و رخو یا تألیفی (آنارمونیک) تقسیم می کند. در نوع اول، هیچ یک از سه فاصله، از مجموع (حاصلضرب) دو فاصله دیگر بزرگتر نیست. در نوع دوم، یک فاصله بزرگتر از مجموع (حاصلضرب) دو فاصله دیگر وجود دارد، و در نوع سوم، یک فاصله بزرگتر از دو برابر (مجذور) مجموع (حاصلضرب) دو فاصله دیگر است. خیام ۱۰ نوع قوی، ۷ نوع ملون و ۴ نوع تألیفی برمی شمارد. از انواع قوی، سه تای اول ذوالتضعیف هستند زیرا دو تا از فاصله های آن برابرند و در واقع یک نسبت در آن مضاعف می شود. سه نوع دوم، متصل نام دارند زیرا دو نسبت بزرگتر در آنها به صورت $\frac{(n+1)}{n}$ به ازای n های صحیح متوالی هستند. انواع بعدی منفصل نام دارند زیرا شامل دو نسبت به صورت $\frac{(n+1)}{n}$ با n های متوالی نیستند.

برای روشن تر شدن آنچه خیام در این رساله آورده

۱. در آثار نظری موسیقی چهارگانها را بر اساس ترتیب قرار گرفتن فاصله ها به هفت گونه مختلف بیان کرده اند.

۲. یوشکویچ و روزنفلد (۱۹۸۱) چهار گانه های مذکور در رساله موسیقی خیام را به نادرست ۲۲ نوع دانسته اند.

است، اولین نوع چهارگان را بررسی می‌کنیم. به گفته خیام، این نوع شامل فاصله‌های $\frac{8}{v}$ و $\frac{8}{v}$ و $\frac{49}{48}$ است. وی سپس می‌گوید اعداد آن ۶۴، ۵۶، ۴۹، ۴۸ است. یعنی اگر طول تار مرتعش ۶۴ واحد باشد، نقاطی از آن که فاصله شان از یک سر تار به فاصله‌های ۵۶، ۴۹ و ۴۸ واحد باشد روی تار مشخص می‌شوند. نسبت‌های بسامدی یا فاصله موسیقایی نهایی حاصل از این تقسیم بندی $\frac{64}{56} = \frac{8}{7}$ و $\frac{56}{49} = \frac{8}{7}$ خواهد بود و درعین حال: $\frac{64}{48} = \frac{4}{3} = \frac{64}{48} = \frac{64}{48} \times \frac{56}{49} \times \frac{49}{48}$. ضمناً در اینجا دو فاصله اول یعنی $\frac{8}{v}$ و $\frac{8}{v}$ برابرند (ذوالضعیف) و هیچ یک از سه فاصله نظیر $\frac{8}{v}$ و $\frac{8}{v}$ و $\frac{49}{48}$ از مجموع دو فاصله (یعنی حاصلضرب دو نسبت) دیگر بزرگتر نیست. چون خیام هر یک از ۲۱ نوع چهارگان را، هم به صورت فاصله (نسبت بسامد) تنها و هم در قالب نسبت طولهای مربوط به تنها (بر حسب اعداد صحیح) بیان می‌کند، قرائت صحیح تر و مطمئن تر متن ممکن می‌شود. امروزه به جای نسبت‌های مذکور، از واحدی به نام «ساوار» استفاده می‌شود که هزار برابر لگاریتم نسبت مورد نظر (گرد شده به نزدیکترین عدد صحیح) است. فاصله $\frac{4}{3}$ معادل ۱۲۵ ساوار است و در بخش توضیحات، تقسیم بندی هر نوع بر حسب ساوار نیز آمده است.

با توجه به موارد فوق، متن عربی اصلاح و تکمیل شده، همراه با ترجمه فارسی آن در اینجا آورده می‌شود. برای سهولت مقابله، متن به بندهایی تقسیم شده که شماره آنها درون قلاب [] آمده است. در ترجمه اساساً به محتوای ریاضی بندها توجه داشته‌ایم. افتادگیهای متن که بر اساس محتوا و موضوع بازسازی شده، درون قلاب [] آورده شده است.

در پایان این مقدمه از استاد مصطفی کمال پورتراب که با گشاده رویی و لطف فراوان این مقاله را خواندند و نکات مهمی را در جهت اصلاح و تکمیل آن گوشزد کردند، صمیمانه سپاسگزاریم.

بسم الله الرحمن الرحيم

من كلام الفيلسوف عمر الخيامى
القول على اجناس الذى بالاربعة .

[١] ان نسبة المثل و الثلث يقسم بثلاثة أنساب ، فيكون ثلاثة ابعاد و ينحصر فى اربعة نعمات فلذلك سَمِيَ المثل و الثلث بِالذَى بالاربعة و هذا الابعاد الثلاثة اما ان لا يكونَ فيه بعد اكر نسبةً من مجموع الباقيين] و أما ان يكونَ فيه بعد أكبر نسبةً من مجموع الباقيين] و اما ان يكونَ فيه بعد أكبر نسبةً من ضعف مجموع الباقيين و الاولُ سُمى قوياً و طينياً و الثانى ملوناً و معتدلاً و الثالث رخواً و تالياً .

[٢] و انواع القوى اولها ذوالتضعيف الاول و هو كلّ و سُبُعُ كلّ و كلّ و سُبُعُ كلّ و كلّ و جزء من ثمانية و اربعين جزءاً من كلّ و اعدادُه ٦٤ ، ٥٦ ، ٤٩ ، ٤٨ و هذا النوع قوى جداً حسن لولا هذا البعد اعنى [كل] و جزء من ثمانية و اربعين جزءاً من كلّ لانه نسبة بعيدة جداً .

[٣] و الثانى من انواع القوى ذوالتضعيف الثانى و هو كلّ و ثَمْنُ كلّ و كلّ و ثَمْنُ كلّ و كلّ و كلّ و كلّ و ثلاثة عشرَ جزءاً من مائتين و ثلثة و اربعين جزءاً و اعدادُه ٣٢٤ ، ٢٨٨ ، ٢٥٦ ، ٢٤٣ و هذا مألوف جداً و كاد لا يُستعملُ فى اكثر البلدان الأهدا .

[٤] و النوع الثالث ذوالتضعيف الثالث و هو كلّ و تَسْعُ كلّ و كلّ و تَسْعُ كلّ و كلّ و ستة أجزاء من خمسة و سبعين و اعدادُه ١٠٠ ، ٩٠ ، ٨١ ، ٧٥ و ارده الفارابى و اظنه غير مألوف .

[٥] النوع الرابع من القوى المتصل الاول و هو كلّ و سُبُعُ كلّ و كلّ و ثَمْنُ كلّ و

کل و جزء من سبعة و عشرين جزءاً من کلّ و اعدادُهُ ۷۲، ۶۳، ۵۶، ۵۴ و هذا حَسَنٌ جداً.

[۶] و النوع الخامس من القوی المتصل الثانی و هو کلّ و ثمن کلّ و کلّ و تُسْعُ کلّ و جزء من خمسة عشر جزءاً من کلّ و اعدادُهُ ۱۸۰، ۱۶۰، ۱۴۴، ۱۳۵ و هذا النوع احسنُ الانواع عندی.

[۷] و النوع السادس المتصل الثالث و هو کلّ و تُسْعُ کلّ و کلّ و عُشْرُ کلّ و کلّ و جزء من أحد عشر جزءاً و اعدادُهُ ۲۲۰، ۱۹۸، ۱۸۰، ۱۶۵ و هذا النوع ايضاً حَسَنٌ.

[۸] و النوع السابع المنفصل الاول و هو کلّ و سبع کلّ و کلّ و تُسْعُ کلّ و کلّ و جزء من عشرين جزءاً من کلّ و اعدادُهُ ۸۰، ۷۰، ۶۳، ۶۰ و هذا النوع ايضاً موافق حَسَنٌ.

[۹] و النوع الثامن من انواع القوی المنفصل الثانی و هو کلّ و ثمن کلّ و کلّ و عُشْرُ کلّ و کلّ و ثلاثة و عشرون جزءاً من مائتي و سبعة و تسعين جزءاً من کلّ و اعدادُهُ ۳۹۶، ۳۵۲، ۳۲۰، ۲۹۷ و هذا النوع اورده الفارابی و هو غير موافق الا انه اورده ليكون البعد الطينيني فيه.

و نوع آخر اورده الشيخ الرئيس ابن سينا و هو کلّ و ثمن کلّ و کلّ و جزء من اثني عشر جزءاً [و کلّ و أحد عشر جزءاً من مائة و سبع عشر جزءاً] و زعم انه [قريبه من کلّ و جزءاً من احد عشر و نوع آخر اورده شيخ الرئيس ابن سينا] و هو کلّ و سبع کلّ و کلّ و جزء من ثلاثة عشر جزءاً من کلّ و کلّ و جزء من اثني عشر جزءاً من کلّ و اعدادُهُ ۱۶، ۱۴، ۱۳، ۱۲ و عندی ان هذا النوع بعيد عن المؤلف لتفاوت ما بين بُعديهِ النظيرى و قد يورد من

۱. در نسخه خطی به جای ۶۳ بغلط ۶۲ آمده است.

۲. در نسخه خطی به جای ۱۳۵ بغلط ۱۶۵ آمده است.

۳. در نسخه خطی به جای ۳۵۲ بغلط ۳۵۳ آمده است.

المنفصلات اكثر من هذا الا اني اقتصرت^۱ على هذا المقدار لأنها غير مالوفة وبعيدة عن الائتلاف.

[۱۱] و الأول من انواع الملوّن كلّ و خمس [كلّ و كلّ] و جزء من تسعة من كلّ [و كلّ] و جزء من ثمانية عشر من كلّ و اعداده ۲۴، ۲۰، ۱۹، ۱۸.

[۱۲] و الثاني من انواع الملوّن كلّ و خمس كلّ و كلّ و جزء من اربعة عشر من كلّ و كلّ و جزء من سبعة و عشرين من كلّ و اعداده ۳۶، ۳۰، ۲۸، ۲۷.

[۱۳] و الثالث من انواعه كلّ و خمس كلّ و كلّ و جزء من تسعة و ثلثين من كلّ و كلّ و جزء من اثنى عشر من كلّ و اعداده ۴۸، ۴۰، ۳۹، ۳۶ و اظنّ أنّ الفارابي لم يورده و هذان اعنى الثاني و الثالث بعيدان عن المألوف الا انهما موافقان.

[۱۴] و الرابع من انواعه كلّ و خمس كلّ و كلّ و جزء من اربعة و عشرين من كلّ و كلّ و جزء من خمسة عشر من كلّ و اعداده ۶۰، ۵۰، ۴۸، ۴۵ و هذا النوع قريب الى المألوف.

[۱۵] و النوع الخامس كلّ و سدس كلّ و كلّ و جزء من اربعة عشر من كلّ و كلّ و جزء من خمسة عشر من كلّ و اعداده ۱۶، ۱۵، ۱۴، ۱۲ و هذا نوع حسن الا انا رتبنا البعد الاعظم في آخر الجمع ايثاراً [أ] للتخفيف و لا يضر.

[۱۶] و النوع السادس كلّ و سدس كلّ و كلّ و جزء من احد عشر جزءاً من كلّ و كلّ و جزء من احد و عشرين جزءاً من كلّ و اعداده ۲۸، ۲۴، ۲۲، ۲۱ و هذا ايضاً حسن.

[۱۷] و النوع السابع كلّ و سدس كلّ و كلّ و تسع كلّ و كلّ و جزء من خمسة و ثلثين جزءاً من كلّ و اعداده ۴۰، ۳۶، ۳۵، ۳۰ و البعد الاعظم قد رتبنا

۱. در نسخه خطی به جای این کلمه، «اقتصرت» آمده و بالای آن حرف ق نوشته شده که با توجه به کلمه «على همین» «اقتصرت» درست تر به نظر می رسد.

۲. در نسخه خطی به جای ۴۸ بغلط ۸ آمده است.

۳. در نسخه خطی به جای ۱۴ بغلط ۴ آمده است.

فی آخر الجمع ایضاً و هذا بعيد عن المؤلف .
[۱۸] و اما النوع الاول من التالیفی کلّ و ربع کلّ و کلّ و جزء من احد و ثلثین من کلّ و کلّ و جزء من ثلثین من کلّ و اعدادُه ۴۰، ۳۲، ۳۱، ۳۰ .
[۱۹] و الثانی کلّ و ربع کلّ و کلّ و جزء من تسعة و ثلثین من کلّ و کلّ و جزء من خمسة و عشرين من کلّ و اعدادُه ۱۰۰، ۸۰، ۷۸، ۷۵ و هذا موافق .
[۲۰] و الثالث کلّ و ربع کلّ و کلّ و جزء من خمسة و ثلثین جزءاً من کلّ و کلّ و جزء من سبعة و عشرين من کلّ و اعدادُه ۱۴۰، ۱۱۲، ۱۰۸، ۱۰۵ و هذان النوعان لم یورد فی کتب القدماء مع حُسْنِهما و لا اعرف له وجهاً الا السهواً .
[۲۱] و النوع الرابع کلّ و ربع کلّ و کلّ و جزء من ثلثة و عشرين من کلّ و کلّ و جزء من خمسة و اربعین من کلّ و اعدادُه ۶۰، ۴۸، ۴۶، ۴۵ و هذا قد اوردوه الا ان هذا دون الثانی و الثالث فی الائتلاف و قد یمكن ان یزاد علی هذه الانواع و لكن لا یكون مالوفاً و ان كان ایضاً فی نسبة الزاید جزءاً لان النسبة متى صغرت لا یحسّ بائتلافها فی المسموع ولله الحمد و المنة .
تمّت الرسّالة بعون الله و حسن توفیقه . قوبلت .

۱ . در نسخه خطی به جای ۱۰۸ بغلط ۱۸ آمده است .

۲ . در نسخه خطی به جای ۴۶ بغلط ۴۷ آمده است .

۳ . در نسخه خطی به جای تمّت به غلط نخب آمده است که گرچه پذیرفتنی است ولی صورت اصلاح شده درست تر و رایجتر است .

بسم الله الرحمن الرحيم

از کلام فیلسوف عمر خیامی:

گفتارهایی درباره انواع چهارگان

[۱] نسبت $\frac{۴}{۳}$ به سه نسبت تقسیم می شود. پس سه فاصله و چهار نت از آن پدید می آید. از این رو نسبت $\frac{۴}{۳}$ را چهارگان نامیده اند. در این فاصله های سه گانه، یا فاصله ای بزرگتر از مجموع دو تای دیگر وجود ندارد؛ [یا یک فاصله بزرگتر از مجموع دو فاصله دیگر وجود دارد؛] یا فاصله ای بزرگتر از مضاعف مجموع فاصله های باقیمانده وجود دارد. اولی قوی یا طینی، دومی ملون یا معتدل و سومی رخو یا تألیفی نامیده می شود.

[۲] اولین نوع قوی، ذوالتضعیف اول است که عبارتست از فاصله های $\frac{۸}{۷}$ ، $\frac{۸}{۷}$ ، $\frac{۴۹}{۴۸}$ ، و عددهایش ۶۴، ۵۶، ۴۹، ۴۸ است. این نوع قوی بسیار زیباست، اگر این فاصله [اخیر] یعنی $\frac{۴۹}{۴۸}$ نباشد، زیرا نسبت بسیار دوری است.

[۳] دومین نوع قوی، ذوالتضعیف دوم است که عبارتست از $\frac{۹}{۸}$ ، $\frac{۹}{۸}$ ، $\frac{۲۵۶}{۲۴۳}$ ، و عددهایش ۳۲۴، ۲۸۸، ۲۵۶، ۲۴۳ است. این نوع بسیار خوشایند است و چه بسا که در اغلب شهرها جز این نوع به کار نمی رود.

[۴] نوع سوم ذوالتضعیف سوم است که عبارتست از $\frac{۱۰}{۹}$ و $\frac{۱۰}{۹}$ و $\frac{۸۱}{۷۵}$ و عددهایش ۱۰۰، ۹۰، ۸۱، ۷۵ است. فارابی آن را آورده و من آن را ناخوشایند می دانم.

[۵] چهارمین نوع قوی، متصل اول است که عبارتست از $\frac{۸}{۷}$ و $\frac{۹}{۸}$ و $\frac{۲۸}{۲۷}$ و عددهایش ۷۲، ۶۳، ۵۶، ۵۴ است، و این نوع بسیار نیکوست.

[۶] پنجمین نوع قوی، متصل دوم است که عبارتست از $\frac{9}{8}$ و $\frac{10}{9}$ و $\frac{16}{15}$ و عددهایش ۱۸۰، ۱۶۰، ۱۴۴، ۱۳۵ است. این نوع به نظر من از همه زیباتر است.

[۷] ششمین نوع، متصل سوم است که عبارتست از $\frac{10}{9}$ و $\frac{11}{10}$ و $\frac{12}{11}$ و عددهایش ۲۲۰، ۱۹۸، ۱۸۰، ۱۶۵ است. این نوع نیز زیباست.

[۸] نوع هفتم، منفصل اول است که عبارتست از $\frac{8}{7}$ و $\frac{10}{9}$ و $\frac{21}{20}$ و عددهایش ۸۰، ۷۰، ۶۳، ۶۰ است. این نوع نیز همخوان و زیباست.

[۹] نوع هشتم از انواع قوی، منفصل دوم است که عبارتست از $\frac{9}{8}$ و $\frac{11}{10}$ و $\frac{320}{297}$ و عددهایش ۳۹۶، ۳۵۲، ۳۲۰، ۲۹۷ است. این نوع را فارابی آورده و همخوان نیست و او آن را فقط به خاطر داشتن فاصله طینی ذکر کرده است.

[۱۰] نوع دیگر که ابن سینا آن را آورده، عبارت است از $\frac{9}{8}$ و $\frac{13}{12}$ و $[\frac{128}{117}]$ و [نسبت اخیر را نزدیک به $\frac{12}{11}$ دانسته است. و نوع دیگر که ابن سینا آن را آورده، عبارتست از $\frac{8}{7}$ و $\frac{14}{13}$ و $\frac{13}{12}$ و عددهایش ۱۶، ۱۴، ۱۳، ۱۲ است. این نوع به نظر من به خاطر تفاوت بین دو فاصله نظیر (مقابل) آن، خوشایند نیست. گاهی انواع بیشتری از منفصل ذکر می شود، ولی من به همین مقدار بسنده کردم، زیرا آنها ناخوشایند و از هماهنگی به دورند.

[۱۱] نخستین نوع ملون $\frac{5}{4}$ و $\frac{19}{18}$ و $\frac{19}{18}$ و عددهایش ۲۴، ۲۰، ۱۹، ۱۸ است.

[۱۲] دومین نوع ملون $\frac{6}{5}$ و $\frac{15}{14}$ و $\frac{28}{27}$ و عددهایش ۳۶، ۳۰، ۲۸، ۲۷ است.

[۱۳] سومین نوع آن $\frac{6}{5}$ و $\frac{40}{39}$ و $\frac{13}{12}$ و عددهایش ۴۸، ۴۰، ۳۹، ۳۶ است. گمان می کنم فارابی آن را نیاورده باشد و این دو یعنی نوع دوم و سوم خوشایند نیستند ولی همخوانی دارند.

[۱۴] چهارمین نوع آن $\frac{۶}{۵}$ و $\frac{۲۵}{۲۴}$ و $\frac{۱۶}{۱۵}$ و عددهایش ۶۰، ۵۰، ۴۸، ۴۵ است. این نوع خوشایند است.

[۱۵] نوع پنجم $\frac{۷}{۶}$ و $\frac{۱۵}{۱۴}$ و $\frac{۱۶}{۱۵}$ و عددهایش ۱۶، ۱۵، ۱۴، ۱۲ است. این نوع زیباست، ولی فاصله بزرگتر را به خاطر تخفیف آخر همه گذاشته ایم که زیانی ندارد.

[۱۶] نوع ششم $\frac{۷}{۶}$ و $\frac{۱۲}{۱۱}$ و $\frac{۲۲}{۲۱}$ و عددهایش ۲۸، ۲۴، ۲۲، ۲۱ است. این نیز زیباست.

[۱۷] نوع هفتم $\frac{۷}{۶}$ و $\frac{۱۰}{۹}$ و $\frac{۳۶}{۳۵}$ و عددهایش ۴۰، ۳۶، ۳۵، ۳۰ است. در اینجا نیز فاصله بزرگتر را در آخر همه گذاشته ایم و این نوع خوشایند نیست.

[۱۸] اولین نوع تألیفی $\frac{۵}{۴}$ و $\frac{۳۲}{۳۱}$ و $\frac{۳۱}{۳۰}$ و عددهایش ۴۰، ۳۲، ۳۱، ۳۰ است.

[۱۹] دومین نوع $\frac{۵}{۴}$ و $\frac{۴۰}{۳۹}$ و $\frac{۲۵}{۲۶}$ و عددهایش ۱۰۰، ۸۰، ۷۸، ۷۵ است. این نوع همخوان است.

[۲۰] نوع سوم $\frac{۵}{۴}$ و $\frac{۲۸}{۲۷}$ و $\frac{۳۶}{۳۵}$ و عددهایش ۱۴۰، ۱۱۲، ۱۰۸، ۱۰۵ است. این دو نوع با وجود زیبایی در کتابهای گذشتگان نیامده است که دلیل آن را جز فراموشی نمی دانم.

[۲۱] نوع چهارم $\frac{۵}{۴}$ و $\frac{۲۴}{۲۳}$ و $\frac{۴۶}{۴۵}$ و عددهایش ۶۰، ۴۸، ۴۶، ۴۵ است. این نوع را ذکر کرده اند ولی به خوشایندی نوع دوم و سوم نیست. انواع دیگری هم می توان آورد، ولی خوشایند نیستند. همچنین است اگر نسبتهای بزرگتری اختیار کنیم، زیرا وقتی نسبتهای دیگر خیلی کوچک شوند خوشایندی آنها با گوش حس نمی شود.

ستایش و سپاس خدای راست.

این رساله به یاری خدا و توفیق نیک او به پایان رسید. مقابله شد.

۱. در متن عربی نسبتهای دوم و سوم جابجا شده اند که با توجه به عددهای مربوط به این نوع، در ترجمه فارسی ترتیب درست رعایت شد.

توضیحات

[۱] در این بند یک جمله از نسخه افتاده بود که با توجه به موضوع بند، به آن افزوده شد. فارابی درباره این سه نوع چهارگان گفته است که: انواعی از قوی که در آنها فاصله اول کوچکتر از مجموع دو فاصله میانی و آخری است، از لحاظ قوت در درجه اول و انواعی از قوی که در آنها فاصله اول برابر مجموع دو فاصله دیگر است از لحاظ قوت در درجه دوم و انواعی از قوی که در آنها هر سه فاصله برابرند، متعادل هستند. همچنین انواعی از چهارگان که نرمیشان متوسط است ملون نام دارند و آنها که نرمیشان زیاد است (رخو یا تألیفی) تأثیرشان در نفس ضعیف است (برکشلی ۱۳۵۷، ص ۱۵۴)

[۲] توضیح مربوط به این بند، در مقدمه آمده و بدیهی است که:

$$\frac{\lambda}{\nu} < \frac{\lambda}{\nu} \times \frac{49}{48}$$

(برحسب ساوار: $125 = 58 + 58 + 9$)

[۳] این نوع چهارگان به نام دیاتونیک دو پرده ای اراتوستن^۱ (ریاضیدان و منجم یونانی قرن سوم پیش از میلاد) خوانده شده و در گام فیثاغورس هم ظاهر می شود. در این نوع داریم:

$$\frac{324}{288} = \frac{9}{8}, \frac{288}{256} = \frac{9}{8}, \frac{9}{8} \times \frac{9}{8} \times \frac{256}{243} = \frac{4}{3}, \frac{9}{8} < \frac{9}{8} \times \frac{256}{243}$$

(برحسب ساوار: $125 = 51 + 51 + 23$)

[۴] در این نوع چهارگان:

$$\frac{100}{90} = \frac{10}{9}, \frac{90}{81} = \frac{10}{9}, \frac{10}{9} \times \frac{10}{9} \times \frac{81}{75} = \frac{4}{3}, \frac{10}{9} < \frac{10}{9} \times \frac{81}{75}$$

(برحسب ساوار: $125 = 46 + 46 + 33$)

[۵] این نوع چهارگان، دیاتونیک متوسط آرخوتاس^۲ (در منابع دوره اسلامی ارخوطس، فیلسوف و دانشمند یونانی قرن چهارم پیش از میلاد خوانده

می شود. در این نوع چهارگان:

$$\frac{۷۲}{۶۳} = \frac{۸}{۷}, \frac{۶۳}{۵۶} = \frac{۹}{۸}, \frac{۵۶}{۵۴} = \frac{۲۸}{۲۷}, \frac{۸}{۷} \times \frac{۹}{۸} \times \frac{۲۸}{۲۷} = \frac{۴}{۳}$$

$$\frac{۸}{۷} < \frac{۹}{۸} \times \frac{۲۸}{۲۷}$$

همچنین

(بر حسب ساوار: $۱۲۵ = ۵۸ + ۵۱ + ۱۶$)

[۶] این نوع چهارگان، دیاتونیک دیدیم^۱ (فیلسوف یونانی قرن اول پیش از

میلاد) خوانده شده و در گام زارلن هم ظاهر می شود و در آن:

$$\frac{۱۸۰}{۱۶۰} = \frac{۹}{۸}, \frac{۱۶۰}{۱۴۴} = \frac{۱۰}{۹}, \frac{۱۴۴}{۱۳۵} = \frac{۱۶}{۱۵}, \frac{۹}{۸} \times \frac{۱۰}{۹} \times \frac{۱۶}{۱۵} = \frac{۴}{۳}$$

$$\frac{۹}{۸} < \frac{۱۰}{۹} \times \frac{۱۶}{۱۵}$$

(بر حسب ساوار: $۱۲۵ = ۵۱ + ۴۶ + ۲۸$)

[۷] این نوع چهارگان، دیاتونیک مساوی بطلمیوس خوانده می شود. در این نوع:

$$\frac{۲۲۰}{۱۹۸} = \frac{۱۰}{۹}, \frac{۱۹۸}{۱۸۰} = \frac{۱۱}{۱۰}, \frac{۱۸۰}{۱۶۵} = \frac{۱۲}{۱۱}, \frac{۱۰}{۹} \times \frac{۱۱}{۱۰} \times \frac{۱۲}{۱۱} = \frac{۴}{۳}$$

$$\frac{۱۰}{۹} < \frac{۱۱}{۱۰} \times \frac{۱۲}{۱۱}$$

(بر حسب ساوار: $۱۲۵ = ۴۶ + ۴۱ + ۳۸$)

[۸] این نوع چهارگان، دیاتونیک متوسط ملایم خوانده می شود و در آن:

$$\frac{۸۰}{۷۰} = \frac{۸}{۷}, \frac{۷۰}{۶۳} = \frac{۱۰}{۹}, \frac{۶۳}{۶۰} = \frac{۲۱}{۲۰}, \frac{۸}{۷} \times \frac{۱۰}{۹} \times \frac{۲۱}{۲۰} = \frac{۴}{۳}$$

$$\frac{۸}{۷} < \frac{۱۰}{۹} \times \frac{۲۱}{۲۰}$$

(بر حسب ساوار: $۱۲۵ = ۵۸ + ۴۶ + ۲۱$)

[۹] در این نوع چهارگان

$$\frac{۳۹۶}{۳۵۲} = \frac{۹}{۸}, \frac{۳۵۲}{۳۲۰} = \frac{۱۱}{۱۰}, \frac{۹}{۸} \times \frac{۱۱}{۱۰} \times \frac{۳۲۰}{۲۹۷} = \frac{۴}{۳}, \frac{۹}{۸} < \frac{۱۱}{۱۰} \times \frac{۳۲۰}{۲۹۷}$$

(بر حسب ساوار: $۱۲۵ = ۵۱ + ۴۱ + ۳۳^۲$)

[۱۰] در اینجا متن به وضوح افتادگی دارد، جای چند کلمه خالی مانده و در

1. Didym

۲. فاصله $\frac{۳۲۰}{۲۹۷}$ معادل ۳۲ ساوار است. در اینجا به ضرورت برای رسیدن به مجموع ۱۲۵، با تقریب اضافی، ۳۳ گرفته شد.

حاشیه نسخه آمده است: «کذی کان فی الاصل». نسخه های خطی دانشنامه علایی ابن سینا در کتابخانه های مجلس و ملک اغلب فاقد بخش موسیقی اند. تنها یک نسخه در کتابخانه مجلس و یک نسخه در کتابخانه ملی ملک بخش موسیقی دارند که در این مقاله از آنها استفاده کرده ایم. در بخش موسیقی دانشنامه علایی (نسخه خطی مجلس، شماره ۱۲۳، ص ۵۰۹)، ابن سینا این نوع چهارگان را چنین بیان کرده است: «زاید ثمن [یعنی $\frac{9}{8}$]، زاید جزو از دوازده [یعنی $\frac{13}{12}$] و بقیه، و این متفق است بتقریب بنسبت صدو بیست و هشت بصد و هفده و این نزدیک بیازده [یعنی زاید جزو از یازده = $\frac{11}{12}$] است». کاتب در نقل این عبارت به جای زاید ثمن به غلط زاید سبع نوشته است که با توجه به ترتیب بیان چهارگانها در دانشنامه علایی اصلاح شد. در نسخه خطی دانشنامه علایی در کتابخانه ملی ملک (به شماره ۱۰۲۵)، عبارت «زاید ثمن» افتاده است. در این دو نسخه، همچنین به جای صد و بیست و هشت، به غلط صدو بیست و شش نوشته شده است که به صورت فوق اصلاح شد، زیرا کسر $\frac{126}{117}$ به $\frac{14}{13}$ ساده می شود و حالت $\frac{4}{3} = \frac{14}{13} \times \frac{13}{12} \times \frac{4}{7}$ را (که خیام به عنوان نوع بعدی آورده) ابن سینا در دانشنامه اندکی پیش تر ذکر کرده است. ابن سینا در «جوامع علم الموسیقی» (ص ۵۵) این نوع (یعنی $\frac{9}{8}$ و $\frac{13}{12}$ و $\frac{128}{117}$) را آورده و به «کثرت استعمال» آن اشاره کرده است: «... و لکنها قریبه من الزائد جزءاً من احد عشر قریباً شدیداً، و هذا مستعمل، فلنضع اعداده لکثرة استعماله...» عددهای مربوط به این نوع را ابن سینا به صورت ۴۶۸، ۴۳۲، ۳۸۴، ۳۵۱ بیان کرده و گفته است که $\frac{128}{117} = \frac{384}{351}$ و $\frac{9}{8} = \frac{432}{384}$ و

$$\frac{468}{432} = \frac{13}{12}$$

(بر حسب ساوار: ۱۲۵=۵۱+۳۵+۳۹)

در نوع دیگری که خیام در اینجا از ابن سینا نقل کرده است، داریم:

$$\frac{16}{14} = \frac{8}{7}, \quad \frac{8}{7} \times \frac{14}{13} \times \frac{13}{12} = \frac{4}{3}, \quad \frac{8}{7} < \frac{14}{13} \times \frac{13}{12}$$

این نوع را ابن سینا در دانشنامه (ص ۵۰۹) و «جوامع علم الموسیقی» (ص ۵۳) آورده است.

ضمناً ابن سینا در مقاله موسیقی دانشنامه علایی این نوع را حاصل اصلاح

نوع $\frac{8}{7}$ ، $\frac{10}{9}$ ، $\frac{21}{20}$ ، دانسته که در بند [۸] ذکر شد.

(بر حسب ساوار: $125 = 58 + 32 + 35$)

[۱۱] در اولین نوع ملون (کروماتیک اراتوستن) داریم:

$$\frac{24}{20} = \frac{6}{5}, \quad \frac{6}{5} \times \frac{20}{19} \times \frac{19}{18} = \frac{4}{3}, \quad \frac{6}{5} > \frac{20}{19} \times \frac{19}{18}$$

(بر حسب ساوار: $125 = 79 + 22 + 24$)

[۱۲] در دومین نوع ملون (کروماتیک ملایم):

$$\frac{36}{30} = \frac{6}{5}, \quad \frac{30}{28} = \frac{15}{14}, \quad \frac{6}{5} \times \frac{15}{14} \times \frac{28}{27} = \frac{4}{3}, \quad \frac{6}{5} > \frac{15}{14} \times \frac{28}{27}$$

(بر حسب ساوار: $125 = 79 + 30 + 16$)

[۱۳] در سومین نوع ملون:

$$\frac{48}{40} = \frac{6}{5}, \quad \frac{39}{36} = \frac{13}{12}, \quad \frac{6}{5} \times \frac{40}{39} \times \frac{13}{12} = \frac{4}{3}, \quad \frac{6}{5} > \frac{40}{39} \times \frac{13}{12}$$

(بر حسب ساوار: $125 = 79 + 11 + 35$)

[۱۴] در چهارمین نوع ملون (کروماتیک دیدیم):

$$\frac{60}{50} = \frac{6}{5}, \quad \frac{50}{48} = \frac{25}{24}, \quad \frac{48}{45} = \frac{16}{15}, \quad \frac{6}{5} \times \frac{25}{24} \times \frac{16}{15} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{6}{5} > \frac{25}{24} \times \frac{16}{15}$$

(بر حسب ساوار: $125 = 79 + 18 + 28$)

[۱۵] در پنجمین نوع ملون:

$$\frac{14}{12} = \frac{7}{6}, \quad \frac{7}{6} \times \frac{15}{14} \times \frac{16}{15} = \frac{4}{3}, \quad \frac{7}{6} > \frac{15}{14} \times \frac{16}{15}$$

(بر حسب ساوار: $125 = 67 + 30 + 28$)

[۱۶] در ششمین نوع ملون (کروماتیک کشیده):

$$\frac{28}{24} = \frac{7}{6}, \quad \frac{24}{22} = \frac{12}{11}, \quad \frac{7}{6} \times \frac{12}{11} \times \frac{22}{21} = \frac{4}{3}, \quad \frac{7}{6} > \frac{12}{11} \times \frac{22}{21}$$

(بر حسب ساوار: $125 = 67 + 38 + 20$)

[۱۷] در هفتمین نوع ملون:

$$\frac{40}{36} = \frac{10}{9}, \quad \frac{35}{30} = \frac{7}{6}, \quad \frac{7}{6} \times \frac{10}{9} \times \frac{36}{35} = \frac{4}{3}, \quad \frac{7}{6} > \frac{10}{9} \times \frac{36}{35}$$

(بر حسب ساوار: $125 = 67 + 46 + 12$)

[۱۸] در اولین نوع تألیفی (آنارمونیک دیدیم):

$$\frac{40}{32} = \frac{5}{4}, \quad \frac{5}{4} \times \frac{32}{31} \times \frac{31}{30} = \frac{4}{3}, \quad \frac{5}{4} > \left(\frac{32}{31} \times \frac{31}{30}\right)2$$

(بر حسب ساوار: $125 = 97 + 14 + 14$)

[۱۹] در دومین نوع تألیفی:

$$\frac{100}{80} = \frac{5}{4}, \quad \frac{80}{78} = \frac{40}{39}, \quad \frac{78}{75} = \frac{26}{25}, \quad \frac{5}{4} \times \frac{40}{39} \times \frac{26}{25} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{5}{4} > \left(\frac{40}{39} \times \frac{26}{25}\right)2$$

(بر حسب ساوار: $125 = 97 + 11 + 17$)

[۲۰] در سومین نوع تألیفی (آنارمونیک آرختاس):

$$\frac{140}{112} = \frac{5}{4}, \quad \frac{112}{108} = \frac{28}{27}, \quad \frac{108}{105} = \frac{36}{35}, \quad \frac{5}{4} \times \frac{28}{27} \times \frac{36}{35} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{5}{4} > \left(\frac{28}{27} \times \frac{36}{35}\right)2$$

(بر حسب ساوار: $125 = 97 + 16 + 12$)

[۲۱] در چهارمین نوع تألیفی (آنارمونیک بطلمیوس):

$$\frac{60}{48} = \frac{5}{4}, \quad \frac{48}{46} = \frac{24}{23}, \quad \frac{5}{4} \times \frac{24}{23} \times \frac{46}{45} = \frac{4}{3}, \quad \frac{5}{4} > \left(\frac{24}{23} \times \frac{46}{45}\right)2$$

(بر حسب ساوار: $125 = 97 + 18 + 10$)

مراجع

- ابن ابی اصیبعه، عیون الانباء فی طبقات الاطباء، به کوشش نزار رضا، بیروت، [بی تاریخ].
- ابن سینا، «جوامع علم الموسیقی»، کتاب الشفاء، جلد اول (ریاضیات)، کتابخانه آیت الله مرعشی، قم، ۱۴۰۵ قمری.
- ابن سینا، دانشنامه علائی، بخش موسیقی، نسخه خطی شماره ۱۲۳ مجلس شورای اسلامی و نسخه خطی شماره ۱۰۲۵ کتابخانه ملی ملک.
- ابن ندیم، الفهرست، به کوشش محمدرضا تجدد، تهران، ۱۳۵۰.
- مهدی برکشلی، گامها و دستگاههای موسیقی ایرانی، وزارت فرهنگ و هنر، تهران، ۱۳۵۵.
- مهدی برکشلی، اندیشه های علمی فارابی درباره موسیقی، پژوهشگاه موسیقی شناسی ایران، تهران، ۱۳۵۷.
- تقی بینش، «رساله موسیقی خیام یا خیامی»، نشریه علمی - پژوهشی دانشگاه آزاد اسلامی کرمان (علوم انسانی)، سال اول، شماره ۱ (بهار ۱۳۷۳) ص ۹۲ تا ۱۰۱.
- مصطفی کمال پورتراب، تئوری موسیقی، نشر چشمه، تهران، چاپ دهم، تابستان ۱۳۷۳.
- عمر خیام، رساله فی شرح ما اشکل من مصادرات کتاب اقلیدس، به کوشش تقی ارانی، تهران، ۱۳۱۴.
- محمد تقی دانش پژوه، فهرست میکروفیلمهای کتابخانه مرکزی دانشگاه تهران، جلد اول، ۱۳۴۸.
- محمد تقی دانش پژوه، نمونه ای از فهرست آثار دانشمندان ایرانی و اسلامی در غناء و موسیقی، وزارت فرهنگ و هنر، تهران، ۱۳۵۵.
- قفطی، تاریخ الحکماء، (ترجمه فارسی کهن) به کوشش بهین دارابی، دانشگاه تهران، چاپ دوم، ۱۳۵۵.
- جان مرداک (John Mordoch)، «اقلیدس»، ترجمه احمد بیرشک، زندگینامه علمی دانشوران، جلد دوم، شرکت انتشارات علمی و فرهنگی، تهران، ۱۳۷۲، ص ۱ تا ۴۵.
- حسینعلی ملاح، «صاحبان رسالات موسیقی»، بخش سوم، مجله موسیقی، دوره سوم، شماره ۹-۱۱۸ (شهریور - اذر ۱۳۷۴)، ص ۶۹ تا ۷۹.

- جلال الدین همائی، خیامی نامه، انجمن آثار ملی، تهران، ۱۳۴۶.

-H. G. Farmer, "Greek Theorists of Music in Arabic Translation", *Isis* 13, PP. 325-33, repr. in *Studies in Oriental Music*, ed. E. Neubauer, Frankfurt, 1986.

- A. P. Youschkevitch and B. A. Rosenfeld, *Omar Khayyam Traktati* (Khayyams Collected works), Institute of Asian Peoples, Moscow, 1961 (in Russian).

- "id., -Khayyami," *Dictionary of Scientific Biography*, vol. 7, 1981, PP. 323- 34.