مسئله ای ریاضی از کشکول شیخ بهایی، *دانشمند*، سال ۳۲، شمارهٔ ۱، فروردین ۱۳۷۳، ص ۱۶–۱۸.

بسم الله الرحمن الرحیم

یا مقلب القلوب و الابصار یا مدبر اللیل و النهار یا محول الحول و الاحوال حول حالنا الی احسن الحال

ویژه نامه کنکور دانشمند

شامل:

آزمون کنکور ۷۲/۷۳ به طور کامل و پاسخ همهٔ آزمونها، همراه آزمون آزمایشی دانشمند با پاسخ. زیر نظر کارشناسان و دبیران سابقه دار تهران در ۳۲۰ صفحه

از روزنامه فروشیها و کتابفروشیهای معتبر بخواهید

و یا مبلغ ۲۵۰ تومان وجه آن را به حساب جاری شماره ۴۶۲۱۲۸۰۰ بانک تجارت شعبه ۲۲۹ تهران (قابل پرداخت در شعبه های سراسر کشور) یا به حساب جاری ۲۱۲۱ بانک ملی ایران شعبه خیابان شهید بهشتی کد ۹۰۲(قابل پرداخت در شعبه های سراسر کشور) و به نام مجله دانشمند واریز نمایید و اصل رسید بانکی را به نشانی مجله دانشمند ـ تهران، خیابان شهید بهشتی، خیابان شهید عبدالحمید صابونچی، خیابان شهید مهماندوست، شماره ۲۴، کد پستی: ۱۵۳۲۶ بفرستید تا آن را برای شما بدون دریافت هزینه پست و بسته بندی، بفرستیم.

در این شماره می خوانید:

گزارشها و مصاحبه ها

مقاله ها

داستان، سرگرمی، کتابهای تازه و...

مسئله ای ریاضی از «کشکول» شیخ بهایی

نویسنده و پژوهشگر: مهندس محمد باقری

شیخ بهایی که نام کاملش محمدبن حسین بهاءالدین عاملی است در سال ۹۵۳ هجری قمری در شهر بعلبک لبنان متولد شد و در هفت سالگی به همراه پدرش به ایران آمد. علوم دینی و ادبی و ریاضی و نجوم را نزد استادان این فن آموخت و در دربار شاه عباس صفوی احترام فراوانی یافت. زمانی متصدی امور شرعی دربار شاه عباس شد و یک بار به همراه وی پیاده از اصفهان به مشهد رفت. شیخ بهایی به هرات، آذربایجان، عراق، دمشق، فلسطین و مصر نیز سفر کرد. او به دو زبان فارسی و عربی شعر می گفت و ترجیع بند معروفی دارد که با این بند آغاز می شود:

تا کی به تمنای وصال تو یگانه
اشکم شود از هر مژه چون سیل روانه
خواهد به سر آمد شب هجران تو یا نه
ای تیر غمت را دل عشاق نشانه
جمعی به تو مشغول و تو غایب ز میانه

دربارهٔ مهارت مهندسی او داستانهای فراوانی هست از جمله گرمابه‌ای که با یک شمع گرم می شد. شیخ بهایی در ریاضیات و اخترشناسی مهارت داشت. رساله هایی در هیئت، کاربرد اسطرلاب و قبله یابی نوشته است. کتاب ریاضی معروف او «الخلاصة فی علم الحساب والجبر و المقابلة» نام دارد که به عربی نوشته شده و بیشتر از آن با عنوان **خلاصة الحساب** نام می برند. این کتاب سالها در مدرسه ها و مراکز دینی برای آموزش حساب و جبر به کار می رفت. **خلاصة الحساب** بارها به چاپ رسیده و چندین ترجمه و شرح به فارسی برای آن نوشته شده است. ترجمه های آلمانی و فرانسوی این کتاب حدود ۱۵۰ سال پیش در اروپا منتشر شد و به این ترتیب پژوهشگران غربی شیخ بهایی را زودتر از ریاضیدانان دیگر شناختند. شیخ بهایی آثار خود را در هنگامی تدوین کرد که از اوج شکوفایی علوم دورهٔ اسلامی چند قرن می گذشت و کارهای محدود و پراکنده‌ای که انجام می شد از حد تکرار و توضیح آثار گذشتگان چندان فراتر نمی رفت. از این رو گرچه کیفیت آثار ریاضی او به پای ریاضیدانان نامدار قرنهای سوم تا هفتم هجری نمی رسد، نسبت به شرایط عصر خود کارهای شایان توجهی دارد و به اخگری می ماند که از بازماندهٔ فروغ افسرده‌ای تابیده باشد. با توجه به آنچه گفته شد تناقض میان ارزیابیهایی که از دستاوردهای علمی شیخ بهایی می شود قابل توجیه است. چنین است که دیوید یوجین اسمیت مؤلف **تاریخ ریاضیات** می نویسد که تعریف شیخ بهایی از جبر و مقابله یکی از روشنترین بیانها در این مورد است و از سوی دیگر هاینریش سوتر مؤلف **ریاضیدانان و منجمان عرب و آثارشان** می گوید که در آثار ریاضی شیخ بهایی و معاصران او که آثاری در ریاضی به فارسی و عربی نوشته اند هیچ گونه پیشرفت علمی دیده نمی شود.

شیخ بهایی در سال ۱۰۳۱ هجری قمری در اصفهان در گذشت. پیکر او را به طوس بردند و در جوار آرامگاه حضرت رضا(ع) به خاک سپردند.

شیخ بهایی کتابی دارد به نام **کشکول** که مجموعه‌ای از مطالب خواندنی کوتاه و گوناگون ادبی، دینی، تاریخی، ریاضی و نجومی است. از جمله نکات ریاضی این کتاب روش‌ی است برای یافتن عددی که کسی در ذهن خود انتخاب کرده است. در ریاضیات قدیم به این نوع مسائل «مُضمَرات» می گفتند. روش شیخ بهایی چنین بیان شده است:

«برای یافتن عددی که کسی در نظر گرفته است از او می خواهیم که ماندهٔ تقسیم آن عدد بر سه را بگوید. این مانده را در ۷۰ ضرب می کنیم و نگاه می داریم. دوباره از او می خواهیم که ماندهٔ تقسیم عدد مورد نظر بر هفت را بگوید. این مانده را در ۱۵ ضرب می کنیم و باز نگاه می داریم. سرانجام از او می خواهیم ماندهٔ تقسیم عدد بر پنج را بگوید و آن را در ۲۱ ضرب می کنیم و دو حاصلضرب پیشین را بر آن می افزاییم. سپس از مجموع حاصلضربها صدوپنج تا می کاهیم. مانده عدد مطلوب است که آن شخص در نظر گرفته بود.»

مثال: فرض می کنیم که آن شخص عدد ۲۸ را در نظر گرفته باشد،

۱= مانده تقسیم ۲۸ بر ۳	۱×۷۰=۷۰
۰= مانده تقسیم ۲۸ بر ۷	۰×۱۵=۰
۳= مانده تقسیم ۲۸ بر ۵	۳×۲۱ =۶۳
۷۰+۰+۶۳=۱۳۳	۱۳۳-۱۰۵=۲۸

مثال دیگر، برای عدد ۳۰:

۰= مانده تقسیم ۳۰ بر ۳	۰×۷=۰
۲= مانده تقسیم ۳۰ بر ۷	۲×۱۵ = ۳۰
۰= مانده تقسیم ۳۰ بر ۵	۰×۲۱=۰
۰+۳۰+۰=۳۰	

می بینیم که در اینجا خود عدد ۳۰ مستقیماً یافته می شود و نیازی به کاستن ۱۰۵ نیست.

مثال دیگر، برای عدد ۱۷:

۲= باقیماندهٔ تقسیم ۱۷ بر ۳	۲×۷۰=۱۴۰
۳= باقیماندهٔ تقسیم ۱۷ بر ۷	۳×۱۵=۴۵
۲= باقیماندهٔ تقسیم ۱۷ بر ۵	۲×۲۱=۴۲
۲۲۷-۱۰۵=۱۲۲	۱۲۲-۱۰۵=۱۷
۱۴۰+۴۵+۴۲=۲۲۷	

در این مثال، دو بار باید ۱۰۵ را از مجموع حاصلضربها بکاهیم.

به نظر می رسد که روش بیان شده تنها برای حالتهای خاصی صادق است و درحالت کلی باید «مضربی از ۱۰۵» را از مجموع حاصلضربها کاست.

در چاپهای مختلف کتاب **کشکول** شیخ بهایی یا کتابهای مربوط به آثار ریاضی او توضیحهایی دربارهٔ این مسئله دیده می شود که نشان می دهد بیشتر کسانی که روی آثار ریاضی شیخ بهایی کار می کردند، در این مسئله با ابهام روبه رو می شدند. دکتر جلال شوقی استاد دانشکدهٔ مهندسی دانشگاه قاهره که کتاب **ریاضیات بهاءالدین عاملی** او یک بار در حلب (سال ۱۳۵۵) و دیگر بار در قاهره (سال ۱۳۶۰) به چاپ رسیده است در پانویس مربوط به این مسئله چنین آورده است: «این مطلب درست به نظر نمی رسد زیرا هنگامی که نخستین مانده را در ۷۰ ضرب می کنیم، از تقسیم آن بر ۷ چیزی بر جای نمی ماند...» درواقع ایشان تصور کرده اند که شیخ بهایی در مرحلهٔ دوم، حاصلضرب نخستین مانده در ۷۰ را بر ۷ تقسیم می کند در حالی که در مرحله دوم دوباره خود عدد مورد نظر بر ۷ تقسیم و مانده یافته می شود.

در چاپهای دیگر هم یا مثالی برای این مسئله نیاورده اند یا اشاره کرده اند که در همهٔ حالتها صادق نیست. مثلا در متن عربی کشکول که در لبنان چاپ شده است (سال ۱۳۶۲) در پانویس مربوط به این مسئله می خوانیم که در حاشیهٔ صفحهٔ شامل این مسئله در نسخهٔ خطی نوشته اند که این قاعده در همهٔ اعداد ظاهر نمی شود و جای تأمل دارد.

اما می توان نشان داد که صورت اصلی آنچه

شیخ بهایی نوشته خالی از خلل است. در متن عربی **کشکول** که با تصحیحات واضافات مرحوم حجت‌الاسلام حاج میرزا محمد صادق نصیری درسال۱۳۷۸ قمری درقم به چاپ رسیده، اصل مسئله شیخ بهایی چنین نقل شده است:

«فی استخراج العدد المضمر ـ مرة لیلقی ثلثة ثلثة و یخبرک بالباقی فیاخذلکل واحد منه ۷۰ ثم مرة لیلقی منه سبعة سبعة و یخبرک بالباقی فیاخذلکل واحد منه ۱۵ ثم مرة لیلقی منه خمسة خمسة و یخبرک بالباقی فیاخذلکل واحد منه ۲۱ ثم یجمع الحواصل و یلقی من المجتمع مأة و خمسة و مأة و خمسة فمابقی فهوالمطلوب».

ترجمهٔ آزاد این جمله ها در آغاز مقاله آورده شده است. با این تفاوت که اینجا در آخرین جمله گفته شده است «...از مجموع حاصلضربها صدوپنج و صدوپنج می کاهیم و آنچه می ماند عدد مطلوب است». این عبارت به روشنی گویای آن است که باید به تعداد لازم صدوپنج را از مجموع کاست. مصحح نیز در پانویس عدد ۱۷ را مثال آورده و گفته است که با دو بار کاستن ۱۰۵، عدد مطلوب ۱۷ پیدا می شود.

آنچه به احتمال زیاد باعث سردرگمی سایر کسانی شده که به بازنویسی، نشر یا ترجمهٔ **کشکول** همت گماشته اند، توجه نکردن به محتوای ریاضی مسئله وحالتهای مختلف آن بوده است. به نظر می رسد که آنها در آخرین جملهٔ یاد شده تکرار (ماه و خمسه) را ناشی از اشتباه دانسته و به یک بار نوشتن آن بسنده کرده اند. در بقیهٔ متنهای عربی یا ترجمه های فارسی تا آنجا که در دسترس بود فقط یک بار ماه و خمسه(صدوپنج) آورده اند.

اکنون به نکتهٔ دیگری می پردازیم. اگر بخواهیم علت کارایی این روش را جستجو کنیم متوجه می شویم که مانده تقسیم بر هر یک از سه عدد ۳ و ۷ و ۵ در حاصلضرب دو عدد دیگر ضرب شده است به استثنای ۳ که مانده تقسیم بر آن در دو برابر حاصلضرد دو عدد دیگر (۲×۵×۷) یعنی ۷۰ ضرب می شود و این ناهمگونی جای تأمل بر جای می گذارد.

روشی که شیخ بهایی در حل این مسئله به کار برده است در ریاضیات به نام «قضیهٔ باقیمانده چینی» خوانده می شود که با ذکر آن، علت ناهمگونی مزبور نیز معلوم می شود.

عدد های n_1، n_2، n_3، ... را که صحیح و نسبت به هم اولند داریم. اگر مانده تقسیم عدد صحیح مطلوب x بر آنها به ترتیب اعداد صحیح a_1، a_2، a_3،... باشد، چنانکه به طور کلی:

a_i = ماندهٔ تقسیم x بر n_i

آن گاه می توان x را یافت. پاسخهای مختلف برای x به اندازه مضاربی از حاصلضرب همهٔ n_i ها با هم متفاوتند. برای یافتن x ابتدا حاصلضرب همهٔ n_i ها را N می نامیم و اعداد صحیح N_i را از رابطهٔ $N_i = \frac{N}{n}$ به دست می آوریم. اکنون x از رابطهٔ زیر به دست می آید:

$$X=a_1N_1u_1+a_2N_2u_2+...$$

که در آن a_i ها و N_i ها قبلاً تعریف شده‌اند و U_i ها عددهای صحیحی هستند که به ازای آنها:

۱= ماندهٔ تقسیم N_iU_i بر n_i

مصداق این قضیه در مسئله شیخ بهایی به قرار زیر است:

$$n_1=3 \quad n_2=7 \quad n_3=5 \longrightarrow N=3\times7\times5=105$$

$$N_1=\frac{105}{3}=35$$

$$N_2=\frac{105}{5}=15$$

$$N_3=\frac{105}{7}=21$$

اکنون u_1 و u_2 و u_3 را پیدا می کنیم:

$u_1=2$ ۱ = مانده تقسیم ۳۵ u_1 بر ۳

$u_2=1$ ۱ = مانده تقسیم ۱۵ u_2 بر ۷

$u_3=1$ ۱ = مانده تقسیم ۲۱ u_3 بر ۵

پس با استفاده از فرمول x می توان نوشت:

$$x=2\times35\ a_1+1\times15\ a_2+1\times21a_3$$

یا

$$x=70a_1+15a_2+21a_3$$

این رابطه معادل همان روشی است که شیخ بهایی بیان کرده و بدیهی است که هرگاه مضربهایی از ۳×۵×۷ یعنی ۱۰۵ به x افزوده یا از آن کاسته شود تأثیری در نتیجه کار نخواهد داشت.□