دو روایت از یک معمّای ریاضی (استدلالهای معمّایی)، *دانشمند*، سال ۲۹، شمارهٔ ۱۱، بهمن ۱۳۷۰، ص ۱۲۶–۱۲۷.

۳۱

استدلال‌های معمایی: دو روایت از یک معما

دانشمند

برنده جایزه نوبل فیزیک ۱۹۹۱

آب درمانی: واقعیت یا رویا؟

اندازه گیری اکسیژن هوا

هولوگرافی چیست؟

روبوت رنگ شناس

زنانی که مرد هستند

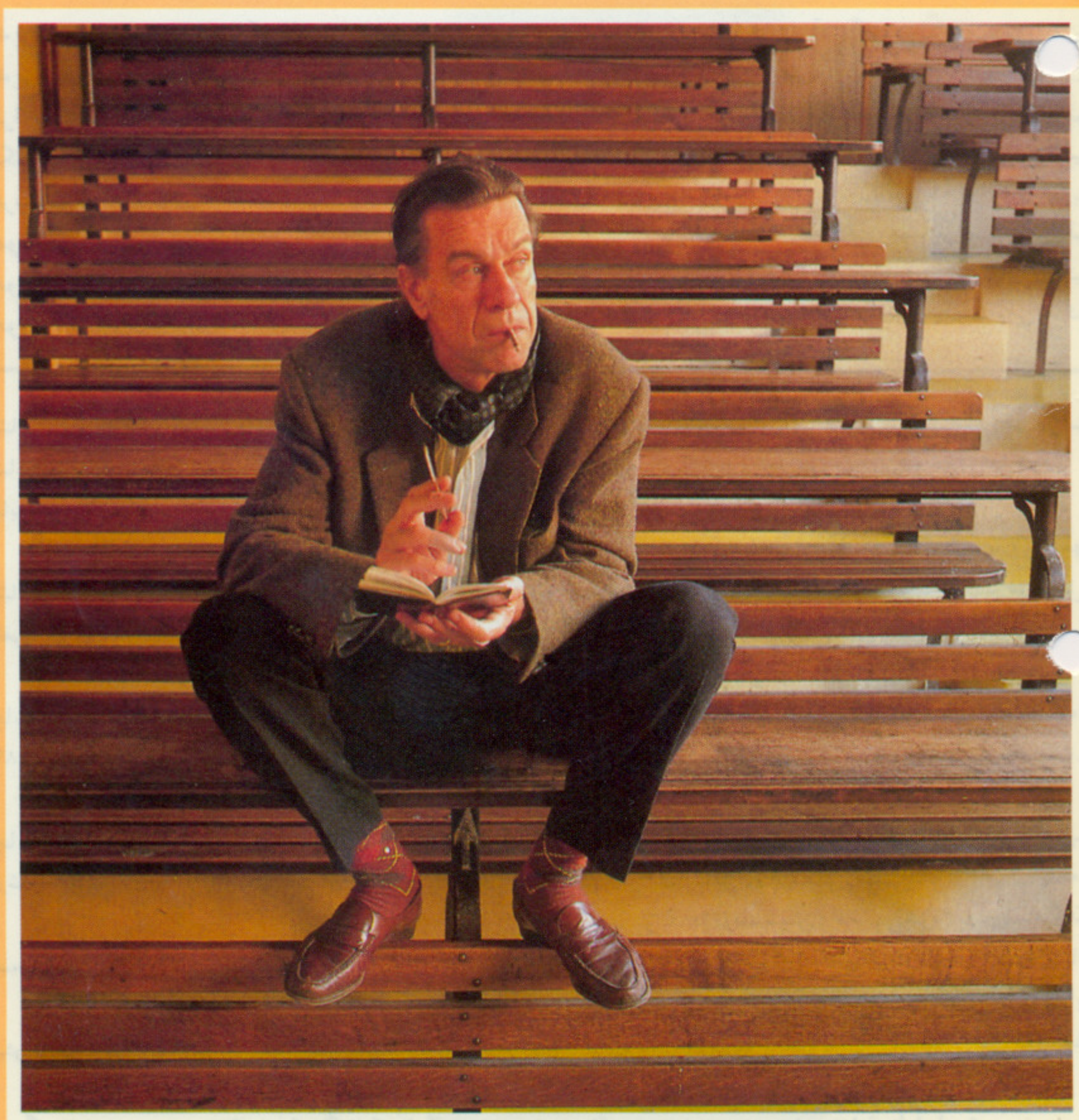
چشم: دریچه ای بین دو جهان

چرا در زمستان هوا آلوده تر است؟

۱۱

سال بیست و نهم ، شماره پی در پی ۳٤۰

بهمن ۱۳۷۰ ، ۱۳٦ صفحه ، ۳۰۰ ریال



استدلالهای معمایی

مهندس محمد باقری

دو روایت از یک معما

در مجموعه‌ای از معماهای ریاضی سام‌لوید که به انتخاب مارتین گاردنر منتشر شده است به این معما برمی‌خوریم:

عمق برکه چقدر است؟

لانگ فلو شاعر امریکایی قرن نوزدهم با ریاضیات نیز آشنا بود و همیشه می‌گفت مسائل ریاضی را باید در قالبهای جذابی عرضه کرد تا علاقهٔ شاگردان به آنها جذب شود نه اینکه صرفاً با عبارات خشک به بیان آنها پرداخت.

لانگ فلو در یکی از داستانهای خود مسئلهٔ زنبق آبی را مطرح کرده است. راه حل ریاضی مسئله بسیار ساده است. عین جملات لانگ فلو را که شخصاً ضمن گفتگویی به من گفت به یاد ندارم، اما موضوع مربوط بود به یک زنبق آبی که در برکه‌ای روییده بود: گل ده اینچ بالاتر از سطح آب قرار داشت و وقتی نسیم آن را خم می‌کرد بیست و یک اینچ آن طرف‌تر به سطح آب می‌رسید. با این اطلاعات عمق برکه را حساب کنید.

صورت دیگری از این معما در یک کتاب ریاضی از هند باستان آورده شده است. این کتاب لیلاوُتی نام دارد و نویسندهٔ آن بهاسکرا، ریاضیدان و منجم هندی است که در قرن دوازدهم میلادی (قرن ششم هجری) می‌زیست. موضوع این کتاب بیان روشها و مسائلی در حساب و هندسه است. کتاب لیلاوتی در اصل به زبان سانسکریت نوشته شده و در سال ۱۵۸۷ میلادی (۹۶۶ هجری خورشیدی) به وسیلهٔ شیخ فیضی دکنی در دربار اکبرشاه در هندوستان به فارسی ترجمه شده است. این ترجمهٔ فارسی در سال ۱۸۲۸ در کلکته به چاپ رسید. نسخه‌ای از این ترجمهٔ فارسی در کتابخانهٔ مجلس (تهران) و نیز نسخهٔ دیگری در کتابخانهٔ باولیان آکسفورد (در انگلستان) وجود دارد.

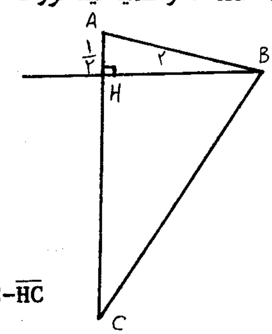
در این ترجمهٔ فارسی بسیاری از اصطلاحهای ریاضی به همان صورت سانسکریت نقل شده‌اند. فیضی در مقدمهٔ ترجمهٔ فارسی علت تالیف کتاب را چنین می‌نویسد که لیلاوتی نام دختر بهاسکرا بود. از احکام نجوم چنین دریافتند که این دختر فرزنددار نخواهد شد. پدرش بعد از مدتی تأمل ساعت فرخنده‌ای را برای ازدواج او تعیین کرد تا این مشکل پیش نیاید. چون آن ساعت نزدیک شد بهاسکرا دختر را با پسری که در نظر گرفته بود فراخواند و منجم ساعت شناسی را آورد تا در لحظهٔ مناسب آنها را به عقد یکدیگر درآورد. برای تعیین زمان کاسه‌ای را در آب نهاده بودند که از سوراخ ته آن آب وارد کاسه یا طاس می‌شد و قرار بود وقتی کاسه از آب پر شد و در آب فرو رفت عقد را جاری کنند. اتفاقا لیلاوتی در آن هنگام از روی کنجکاوی به طاس نگاه می‌کرد که ناگهان گوهری از مقنعه اش جدا شد و در طاس افتاد و راه عبور آب را بست. منجم همچنان منتظر پر شدن طاس بود و پدر نیز در کناری به انتظار نشسته بود. چون کار به درازا کشید پدر تعجب کرد و وقتی به سراغ طاس رفتند دیدند که آن گوهر سد راه آب شده و ساعتی که منتظرش بودند گذشته است. پدر که آرزوی خود را تحقق نیافته دید به دختر شوربخت خود گفت به نام تو کتابی تالیف می‌کنم که در زمانه یادگار ارزنده‌ای باشد و نام تو را زنده نگاه دارد.

یکی از مسائل کتاب لیلاوتی چنین است: «در میان حوض نهال نیلوفری بود که مقدار نیم دست از آب سر کشیده بود. ناگاه بادی وزید و گیاه مقدار دو دست مایل شد و در میان آب فرو رفت. اکنون می‌خواهیم بدانیم چه مقدار از آن نهال در آب ایستاده است».

بهاسکرا راه‌حل مسئله را چنین توضیح می‌دهد: «اگر یک ضلع از مثلث قائم‌الزاویه و تفاضل وتر و ضلع دیگر در دست باشند، برای

تعیین وتر و ضلع دیگر باید ضلع معلوم را مجذور کنیم و حاصل را بر تفاوت وتر و ضلع دیگر که معلوم است تقیسم کنیم. اگر خارج قسمت را با تفاضل داده شده جمع و حاصل را نصف کنیم وتر به دست می آید. اگر از خارج قسمت، تفاضل داده شده را کم و حاصل را نصف کنیم ضلع دیگر پیدا می شود. (فیضی در این ترجمه وتر، ضلع متوسط و ضلع کوچکتر را با همان نامهای سانسکریت به ترتیب کرن، کوت و نهج ذکر کرده است.) با بیان امروزی مسئله چنین حل می شود:

با استفاده از قضیهٔ فیثاغورث در مثلث BHC



AH

$$\overline{AH} = \frac{1}{2}$$

$$\overline{BH}=2$$

$$\overline{AC}=\overline{BC}$$

$$\overline{AH}=\overline{AC}-\overline{HC}=\overline{BC}-\overline{HC}$$

$$\frac{\overline{HB}^2}{\overline{AH}} = \frac{\overline{HB}^2}{\overline{BC}-\overline{HC}} = \frac{\overline{BC}^2-\overline{HC}^2}{\overline{BC}-\overline{HC}}$$

با استفاده از اتحاد مزدوج

$$\frac{\overline{HB}}{\overline{AH}} \quad \frac{(\overline{BC}+\overline{HC})(\overline{BC}-\overline{HC})}{\overline{BC}-\overline{HC}} = \overline{BC}+\overline{HC}$$

پس با تقسیم مجذور ضلع معلوم بر تفاضل وتر و ضلع دیگر، مجموع وتر و ضلع دیگر به دست می آید. اکنون با داشتن مجموع و تفاضل وتر و ضلع دیگر، براحتی می توان طول وتر و ضلع دیگر را پیدا کرد.

$$\overline{BC}= \frac{1}{2}\left[(\overline{BC}+\overline{HC})+(\overline{BC}-\overline{HC})\right]$$

$$HC= \frac{1}{2}\left[(\overline{BC}+\overline{HC})-(\overline{BC}-\overline{HC})\right]$$

برای مثالی که در کتاب لیلاوتی ذکر شده جواب چنین است:

عمق حوض

$$2^2: \frac{1}{2} = 4: \frac{1}{2} =8$$

$$\frac{1}{2}(8-\frac{1}{2}) = \frac{1}{2}\times\frac{15}{2}= \frac{15}{4} = 3/75$$

$$\frac{1}{2}(8+\frac{1}{2}) = \frac{1}{2}\times\frac{17}{2} = \frac{17}{4} = 4/25$$

بلندی ساقهٔ نیلوفر

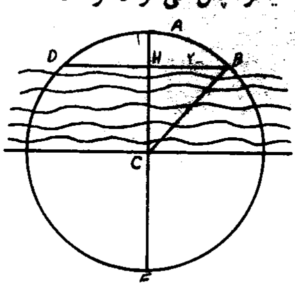
با این روش عمق برکه در مثال لانگ فلوهم براحتی محاسبه می شود:

$$21^2:10=44/1 \quad \frac{1}{2}(44/1-10)=17/05$$

پس عمق برکه ۱۷/۰۵ اینچ درمی آید

سام لوید در پاسخ معمای فوق روش کاملاً هندسی به کار برده است:

در هندسه قضیه‌ای داریم که براساس آن اگر دو وتر در یک دایره یکدیگر را قطع کنند، حاصل ضرب دو قطعهٔ جدا شده روی یک وتر برابر است با حاصل ضرب دو قطعهٔ جدا شده روی وتر دیگر. پس می توان نوشت:



$$\overline{AH}\times\overline{HE} = \overline{DH}\times\overline{HB}$$

$$10\times\overline{HE} = 21\times 21 \qquad \overline{HE} = 44/1$$

زیرا CD و BC شعاعهای دایره‌اند.

$$\overline{HE} + \overline{AH} = 44/1+10=54/1=2\overline{AC}=2\overline{BC}$$

$$\overline{BC} = 27/05 \quad HC = 27/05-10=17/05$$

□