

مسفري به ديوار شگفت انگيز دقندخلعبيها، ا. ک. ديودني، دانشمند، سال ۲۸، شماره ۹، آذر ۱۳۶۹.

ص ۹۱-۹۶.

سفری به دیار شگفت انگیز دندضلعی‌ها

نوشته: ا. ک. دیودنی

ترجمه: محمد باقری

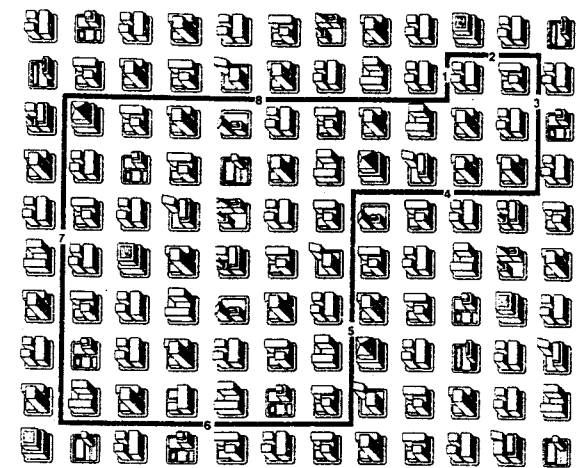
گاه از میان بازیهای ریاضی، موضوعاتی جدی و تفکربرانگیز زاده می‌شوند. دندضلعی که نخستین بار به صورت یک سرگرمی ریاضی مطرح شد، اکنون زمینه جدید و شگفت‌انگیزی برای پژوهش گشوده است

لائونته فیلسوف نامدار چین باستان گفته است: "سفرهای دور و دراز با نخستین گام آغاز می‌شوند". اکنون ما هم می‌خواهیم شما را به سفری در شهر دندضلعی‌ها ببریم. رفتن به چنین سفری در سوئورک، کیوتو یا اغلب شهرهای بزرگی که خیابانهای شکدای مربعی تشکیل می‌دهند، امکان‌پذیر است. راهنمای ایس سفر به چین صورتی خواهد بود: طول یک بلوک (ساختمان) را بپیمایید، و در پایان به چپ یا راست پیچید. حالا دو بلوک دیگر پیش بروید، به چپ یا راست پیچید، سپس سه بلوک دیگر را طی کنید، یک بار دیگر پیچید، الی آخر. پس از هر بار پیچیدن، باید یک بلوک

بیشتر از دفعه قبل بپیمایید. اگر پس از پست سر گذاشتن چند پیچ، به نقطه شروع خود رسیدید، یک دندضلعی راییموده‌اید. اگر اصرار ندارید که چش‌گردشی را عملاً انجام دهید خیلی راحت می‌توانید نقشه آن را با مداد روی کاغذ مدرج شطرنجی رسم کنید. اگر گم شدید می‌توانید به نقشه شماره ۱ رجوع کنید. هر دندضلعی متشکل است از پاره‌خطهای مستقیمی که طول آنها (بر حسب کیلومتر، متر، یا هر واحد دلخواه دیگری) یک، دو، سه، ... تا عددی متناهی است. هر پاره خط با زاویه قائمه به پاره خط یک واحد درازتر وصل است، بجز درازترین پاره خط که با زاویه قائمه

به کوتاهترین پاره خط وصل می‌شود. دندضلعیها صرفاً موجودات عجیب هندسی نیستند. این شکلها موجب پیدایش معماهای جالب و انگیزه پژوهش در مسائل شوق‌آوری شده‌اند. شاید بهترین راه آشنایی با چگونگی پژوهش در این باب، انجام سفری تفریحی باشد. ظاهراً نخستین بار یک مهندس هلندی به نام لی سالوز موضوع دندضلعیها را مطرح کرده است. وی در پاییز سال ۱۹۸۸ به تحقیق در باب دندضلعیها پرداخت. بزودی توانست یک دندضلعی هشت پهلو پیدا کند. اما کوشش او برای یافتن چنین موجوداتی با تعداد اضلاع کمتر از هشت به جایی نرسید.

* در این مقاله واژه ساخنی دندضلعی را در مقابل golygon برای نوع خاصی چندضلعی که در مقاله بدان پرداخته شده است، به کار برده‌ایم - م.



۱. نقشه مسیری در شهر دندصلعیها

همچنین توانست دندصلعیهای با ۵، ده، یازده، و ... صلع پیدا کند تا آنکه بالاخره یک دندصلعی ۱۶ پهلوی گیر آورد.

سالوز دقیقاً نمی‌دانست که آیا دندصلعیهای دیگر وجود ندارند یا او نتوانسته آنها را کشف کند، از این رو یک برنامه کامپیوتری نوشت تا پژوهش این شکلها را خودکار کند. از این برنامه، پیش از پرداختن به مرصعهای بالاتر، ۲۸ دندصلعی ۱۶ پهلوی متفاوت به دست آمد. (شکل ۲ را ببینید). این برنامه هیچ دندصلعی دارای ۱۷ تا ۲۳ صلع پیدا نکرد، ولسی تعداد زیادی - با دقتسر گویم ۲۱۰۸ تا - دندصلعی ۲۴ پهلوی یافت.

این وضع سالوز را به فکر انداخت که نکند تعداد صلعهای هر دندصلعی الزاماً مضربی از هشت است. اما برنامه

او که در آن موقع روی ۲۰ صلعها کار می‌کرد توانایی کشف دندصلعیهای ۳۲ پهلوی را نداشت. سالوز که راه به جایی نمی‌یافت، دست به دام مارتن گاردنر شد که در مباحث مربوط به سرگرمیهای ریاضی معتبرترین چهره به شمار می‌آید. اما آیا گاردنر توانست ثابت کند که تعداد صلعهای هر دندصلعی باید مضربی از هشت باشد؟

برای نزدیک شدن به برهان گاردنر ابتدا کار ساده‌تری در پیش می‌گیریم که عبارت است از اثبات اینکه تعداد صلعها باید مضربی از ده باشد. برای توضیح موضوع، اجازه دهید شما را به شهر دندصلعیها ببریم. سفر خود را با پیوندن یک بلوک به سمت شمال و رو به جنوب طولشان به اندازه تعداد فردی بلوک است، این کار عملاً جمع و تفریق کردن عددهای فرد متوالی خواهد بود. با قدری

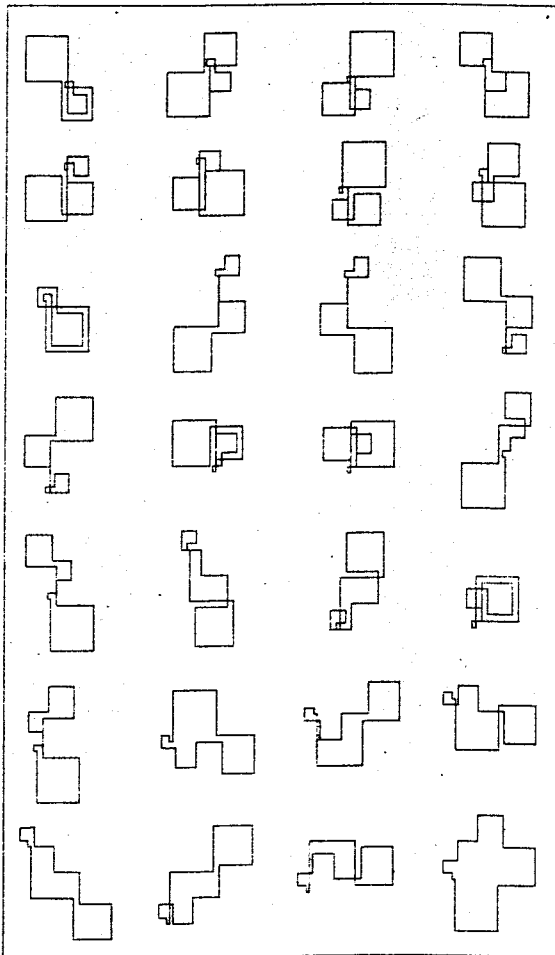
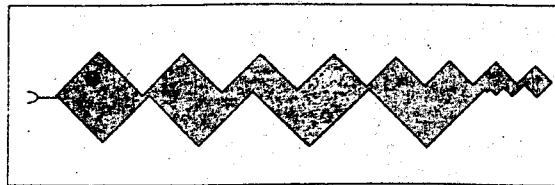
بلوک به طرف شمال است. پس می‌توانیم به راست یا چپ، یعنی شرق یا غرب پیچیم. بنابراین دومین صلع دندصلعی دو بلوک به سمت شرق یا دو بلوک به سمت غرب است. پس معلوم می‌شود که همه صلعهای فرد دندصلعی (صلعهای اول، سوم، پنجم، الی آخر) به تعداد فردی بلوک طول دارند و در جهت شمال یا جنوب پیموده می‌شوند. همه صلعهای زوج (دوم، چهارم، ششم، الی آخر) به تعداد زوجی بلوک طول دارند و در جهت شرق یا غرب کشیده نشده‌اند. چون آخرین صلع دندصلعی باید با زاویه قائمه به اولین صلع آن برسد،

آخرین صلع باید به سمت شرق یا غرب باشد. پس آخرین صلع، صلع زوجی از دندصلعی است. در نتیجه تعداد صلعهای دندصلعی باید مضربی از دو باشد. برای اثبات اینکه تعداد صلعها باید مضربی از چهار باشد، طول کلی پیموده شده به سمت شمال نقطه آغاز را محاسبه می‌کنیم. برای این کار کافی است تعداد بلوکهای پیموده به سمت شمال را جمع بزنیم و تعداد بلوکهای را که به سمت جنوب پیموده‌ایم از آن کم کنیم. (فاصله نهایی منفی به سمت شمال به معنی آن است که به جنوب نقطه آغاز رسیده‌ایم).

چون همه صلعهای رو به شمال و رو به جنوب طولشان به اندازه تعداد فردی بلوک است، این کار عملاً جمع و تفریق کردن عددهای فرد متوالی خواهد بود. با قدری

کلنجار رفتن می‌توانیم به این نتیجه برسیم که اگر تعداد زوجی طولهای فرد را جمع و تفریق کنیم حاصل همیشه زوج است. مثلاً $۱+۳-۵+۷=۶$. به همین ترتیب از تعداد فردی طولهای فرد همیشه نتیجه فرد حاصل می‌شود. بنابراین مسیر پیموده شده به سمت شمال فقط و فقط وقتی عدد زوجی است که به تعداد دفعات زوجی صلعهای به سمت شمال و جنوب را طی کرده باشیم. حالا اگر با شروع از یک نقطه مسیری را در شهر دندصلعیها پیموده، به نقطه آغاز برگردیم، مسافت نهایی پیموده به سمت شمال صفر است. چون صفر عدد زوجی است، دندصلعی باید تعداد اضلاع رو به شمال یا جنوب زوج باشد. تعداد کل صلعها دو برابر تعداد صلعهای رو به شمال و جنوب است، زیرا به ازای هر صلع رو به شمال یا جنوب، یک صلع رو به شرق یا غرب وجود دارد. بنابراین تعداد صلعهای هر دندصلعی مضربی از چهار است.

ولی گاردنر چطور توانست ثابت کند که تعداد صلعها باید مضربی از هشت باشد؟ بد نیست برای بی بردن به ماجرا با او همسفر شویم. اولاً می‌دانیم که تعداد صلعهای رو به شمال و جنوب در دندصلعی عدد فردی است. همچنین می‌دانیم که طول پیموده شده به سمت شمال برابر است با طولی که رو به جنوب پیموده‌ایم. بنابراین طول مسیر رو به شمال نصف طولی است که در هر دو جهت



۲. یک مار دندصلعی که ۳۲ پهلوی دارد و همه ۲۸ دندصلعیهای دارای ۱۶ پهلوی

$$+1, +2, +3, +4, -5, -6, \\ -7, -8, -9, -10, -11, -12 \\ +13, +14, +15, +16$$

موجودات ریاضی گسسته همچون مجموعه‌ها و گرافها^۲ مطالعه می‌شوند. گاردنر تصمیم گرفت قضیه را با چند مشخص در میان بگذارد. برای این منظور نامدهایی به دو تن از کارشناسان کامپیوتر نوشت. اما آیا کسی از آنان توانست گاردنر را در شمارش دندصلعیها یاری کند؟ اندکی بعد یکی از آنان برنامه‌ای کامپیوتری نوشت که دندصلعیهای تا ۶۴ پله

گاردنر و دو کارشناس کامپیوتر تصمیم گرفتند گزارش تایح مختلف به دست آمده را در مقاله‌ای عرضه کنند. عنوان مقاله شامل واژه "تدضلعی" است. به جای آن، عبارت "چندضلعی‌های همراوه"، متوالی با زوایای قائمه" را به کار بردند که در مقاله با "تدضلعی" نام رسمی‌تری است. اشاره به قائمه بودن حاکی از آن است که ابعاد دیگری از بدضلعیها

۱۰۳، ۵۷۰، ۱۱۰، ۱۳، ۰۰۰
موضوع دیگری هم در محبت
دندعلیهها مطرح می‌شود که
قابل توجه است. برای این
مطور خواننده باید نگاه
دو باره‌ای به دندعلی هشت
پهلوی بدارد. این شکل محصر
به فرد و تنها عضو زده خود
است. دندعلیه‌های هشت
پهلوی را می‌توان بخوشی کنار
هم چید و نوعی نقش کاشیکاری
هم‌وجود آورد. به قول

۲. در مورد گرافها نگاه کنید به مقاله "آشنایی با نظریه نگاره‌ها" در دانشمند ویژه‌نامه ریاضیات.

A large, dense, black and white abstract pattern resembling a complex, irregular grid or a highly textured surface, possibly representing a microscopic view or a complex data visualization. The pattern consists of numerous small, dark, irregular shapes (possibly cells or molecules) arranged in a somewhat regular but highly textured manner, creating a complex, almost crystalline appearance. The overall effect is one of a highly detailed, microscopic view of a material or a complex data visualization.

شمال و جنوب پیموده‌ایم . پس طول کلی برابر است با مجموع تعداد زوجی از اعداد فرد متوالی . به عنوان مثال :

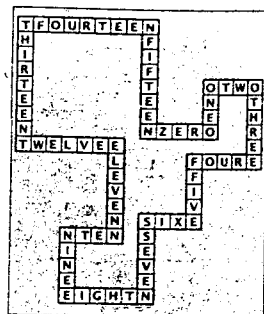
$$1+3=4$$
$$1+3+5+7=16$$
$$1+3+5+7+9+11=36$$
$$1+3+5+7+9+11+13+15=64$$

به نظر می‌رسد که مجموع همیشه مضربی از چهار است . اگر طول کلی به سمت شمال و جنوب برابر با مضربی از چهار باشد ، پس نصف این فاصله باید مضربی از دو باشد . بنابراین فاصله‌ای که رو به شمال طی کرده‌ایم باید مضربی از دو باشد و تعداد ضلعهای رو به شمال هم باید مضربی از دو باشد ، زیرا همه ضلعهای رو به شمال به اندازه تعداد فردی بلوک طول

دارند . معلوم می‌شود که تعداد ضلعهای رو به جنوب هم باید مضربی از ۲ باشد و مجموع طول ضلعهای رو به شمال و جنوب مضربی از چهار است . شاید اثبات گاردنر کمی غیرعادی جنوه کند زیرا عدددهای فرد در آن نقش عمده را داشتند و عدددهای زوج کمتر وارد بحث شدند . اما با استدلال مشابهی می‌توان در مورد طولهای زوج هم به همین نتیجه رسید . درواقع این دو نوع طول در ساختمان هر دندضلعی نقشهای مستقل از یکدیگر دارند . مثلاً می‌توانیم یک دندضلعی را با استفاده از دو دندضلعی دیگر که با آن هم اندازه‌اند بسازیم به‌طوری که طولهای زوج از دندضلعی اول و طولهای

یک دند ضلعی هشت پهلو باشد. چگونه می توان با ۱۳ کاشی L مانند کف این آشپزخانه را پوشاند؟ در این مسئله کف آشپزخانه متشکل از ۵۲ مربع مثل مربعهای کاغذ شطرنجی در نظر گرفته می شود. هر مربع به ضلع یک واحد است. کاشیهای L مانند، متشکل از سه مربع واقع در یک ردیف و یک مربع پدید آورنده پای L هستند. هر کس که این کار را ناممکن بداند باید ناممکن بودنش را ثابت کند.

این بحث را با مطلبی از سالوز، مهندسی که نخستین بار همه این مسائل را پیش کشید به پایان می بریم. در دند ضلعی شکل ۴، نام انگلیسی اعداد از یک تا پانزده به ترتیب در ضلعهای متوالی گنجانده شده اند. □



۴. "دند ضلعی حروفی" که سالوز پدید آورده است

صفحه را فرش کرد. اما در مورد کاشیکاری، سالوز مسئله ای برای خوانندگان مطرح کرده است: فرض کنید کف آشپزخانه ای به شکل ناحیه محصور شده به توسط

حرفهای این شکلها "صفحه را فرش می کند". نقش زیبای این کاشیکاری را در شکل ۳ می بینید.

ناحیه محصور شده توسط یک دند ضلعی هشت پهلو را در واقع می توان یک "بولی مینو" (شکل حاصل از اتصال تعدادی مربع به یکدیگر) دانست. همه دند ضلعها بولی مینو به دید نمی آورند زیرا بعضی از آنها در مسیر پرپیچ و تاب که در صفحه می بینید، خودشان را قطع می کنند. دند ضلعهای بولی مینویی (نام قلمبه سلمبه ای که بیشتر به درد فراری دادن مردم می خورد) احتمالاً با بزرگتر شدن n به طور نسبی نادر و نادرتر می شوند. تنها چهار تا از ۲۹ دند ضلعی شکل ۲ مرز بولی مینو هستند. با هیچ یک از آنها نمی توان

۳. مقایسه شود با "دومینو" نام نوعی بازی که مهره هایش به صورت دو مربع به هم چسبیده اند - م.

می شوند تا آمونیاک به دست آید.

تفاوت اساسی این دوروش، یکپارچگی دو مرحله جداگانه تولید سنتی در فرایند جدید است. واکنشی که گرما تولید می کند واکنش دیگری را که به گرما نیاز دارد تقویت می کند. به این ترتیب، کوره بزرگ، دیگ بخار، و دیگر تجهیزاتی که برای بازیابی گرما در سیستم سنتی به کار برده می شوند، در فرایند جدید با یک مبدل گرمایی کوچک جایگزین می شوند. در سیستم جدید، نشر دی اکسید گوگرد به صفر می رسد و نشر اکسیدهای نیتروژن ۸۷ درصد کاهش می یابد.

شرکت انگلیسی ICI نیز با طرحی برای تولید آمونیاک در این صایقه شرکت کرده بود. در این شیوه، تولید آمونیاک، آلودگی بسیار کمی تولید می شود. روش پیشنهادی ICI از لحاظ اقتصادی نسبت به روشهای قبلی با صرفه تر است و به مهندسان امکان می دهد که آسانتر و سریعتر بتوانند فرایند را راه اندازی یا متوقف کنند، با آهنگ تولید را تغییر دهند.

اساس فرایند جدید مانند فرایند معمول است که در آن از متان و هوا استفاده می شود. نیتروژن و نیتروژن از این دو ماده اولیه گرفته و ترکیب

تکنولوژی جدید

برای حفاظت محیط زیست

اخیراً انجمن سلطنتی فنون در انگلستان مسائلی با عنوان "محیط زیست بهتر" ترتیب داده بود که ۱۵۹ شرکت کننده داشت. وسیله آزمایشی ساده ای که همادگی می تواند مشخص کند که چه زمانی آب غیر قابل آشامیدن است و نیز ماشینهای ساده برای ساختن چرخ در مناطق دور افتاده کشورهای جهان سوم جزو طرحهای شرکت کننده بودند.