

چرت ریاضی ریاضیدانان، دانشمند، سال ۲۵، ویژه نامه شماره ۳۰ (ریاضیات)، آذر ۱۳۶۶،

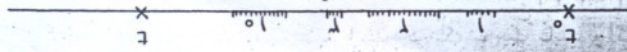
ص ۶۴

چرت ریاضی ریاضیدانان!

مسئله زیر، در سال ۱۹۸۴، در یکی از مسابقات ریاضی امریکا مطرح شده بود:

در طول یک سخنرانی، ۵ ریاضیدان هر کدام دقیقاً ۲ بار چرت زده‌اند. اگر بدانیم که برای هر دو نفر از این افراد لحظه‌ای وجود داشته است که آن دو نفر تقریباً هم در حال چرت زدن بوده‌اند، ثابت کنید، لحظه‌ای وجود داشته است که سه نفر از این افراد با هم در حال چرت زدن بوده‌اند!

پاسخ: فرض کنیم که هر یک از این ۵ نفر در طول سخنرانی در یک بازه زمانی مشخص چرت می‌زند. این بازه‌ها را به صورت $[a_i, b_i]$ نشان می‌دهیم که در آنجا a_i و b_i به ترتیب شروع و پایان چرت هستند. از آنجا که هر دو نفر حداقل یک لحظه با هم چرت می‌زنند، پس برای هر دو نفر i و j داریم $a_i < b_j$ و $a_j < b_i$. این بدان معناست که اگر این بازه‌ها را بر یک خط مستقیم قرار دهیم، هر دو بازه با هم اشتراک دارند. حالا فرض کنیم که این ۵ نفر را به ترتیب ۱ تا ۵ شماره‌گذاری کرده‌ایم. اگر فرض کنیم که هیچ‌کدام از این بازه‌ها با هم اشتراک ندارند، پس باید داشته باشیم $b_1 < a_2 < b_2 < a_3 < b_3 < a_4 < b_4 < a_5 < b_5$. اما این با فرض ما که هر دو نفر حداقل یک لحظه با هم چرت می‌زنند، تناقض است. بنابراین، حداقل یک لحظه وجود دارد که سه نفر از این افراد با هم چرت می‌زنند.



پس، برای هر دو نفر از این ۵ نفر، بازه‌های چرت آن‌ها با هم اشتراک دارند. این بدان معناست که اگر این بازه‌ها را بر یک خط مستقیم قرار دهیم، هر دو بازه با هم اشتراک دارند. حالا فرض کنیم که این ۵ نفر را به ترتیب ۱ تا ۵ شماره‌گذاری کرده‌ایم. اگر فرض کنیم که هیچ‌کدام از این بازه‌ها با هم اشتراک ندارند، پس باید داشته باشیم $b_1 < a_2 < b_2 < a_3 < b_3 < a_4 < b_4 < a_5 < b_5$. اما این با فرض ما که هر دو نفر حداقل یک لحظه با هم چرت می‌زنند، تناقض است. بنابراین، حداقل یک لحظه وجود دارد که سه نفر از این افراد با هم چرت می‌زنند.

$$(a, b); (a, c); (a, d); (a, e); (b, c); (b, d); (b, e); (c, d); (c, e); (d, e)$$

پس، برای هر دو نفر از این ۵ نفر، بازه‌های چرت آن‌ها با هم اشتراک دارند. این بدان معناست که اگر این بازه‌ها را بر یک خط مستقیم قرار دهیم، هر دو بازه با هم اشتراک دارند. حالا فرض کنیم که این ۵ نفر را به ترتیب ۱ تا ۵ شماره‌گذاری کرده‌ایم. اگر فرض کنیم که هیچ‌کدام از این بازه‌ها با هم اشتراک ندارند، پس باید داشته باشیم $b_1 < a_2 < b_2 < a_3 < b_3 < a_4 < b_4 < a_5 < b_5$. اما این با فرض ما که هر دو نفر حداقل یک لحظه با هم چرت می‌زنند، تناقض است. بنابراین، حداقل یک لحظه وجود دارد که سه نفر از این افراد با هم چرت می‌زنند.

پاسخ به سؤالات ریاضی