

شور

سال چهارم شماره ۱ و ۲
علمی، آموزشی، فرهنگی
ماهنامه، ۱۱۶ صفحه، ۹۰۰ تومان
فروردین و اردیبهشت ۱۳۸۲

هنر ریاضی اثر

جهانی سازی به حفظ محیط زیست کمکی نمی کند

نظم و بی ثباتی در آشوب

احتمال و ابهام

هندسه افلاک



DESIGN: FARSHID PARSIKIA

شور

اثر

دانش و مردم

(علمی، آموختنی، فرهنگی)

دوره جدید، شماره ۳۱ و ۳۲
فروردین و اردیبهشت ۱۳۸۲
ماهان، ۱۱۶ صفحه، ۹۰۰۰ ریال

صاحب امتیاز و مدیرمسئول:
دکتر محمدرضا طاهریان
سرمدیر: پرویز شهریاری
مدیر فنی: حسن نیک‌بخت
اجرایی جلد: فرشید پارس‌کیا
روی جلد: هنر ریاضی اشرف

حروفچینی: گنجینه ۶۴۱۴۰۱۴
لیتوگرافی: آبرنگ ۶۴۰۴۹۷۷
چاپ و صحافی: رامین ۶۷۰۸۵۸۱

اشتراک سالانه: ایران ۵۵۰۰۰ ریال

خارج: معادل ۳۰ یورو

نشانی: تهران، صندوق پستی ۱۳۱۴۵/۵۹۳
به‌نام نشریه دانش و مردم تلفن: ۶۷۰۸۵۸۱

پست الکترونیکی:

Daneshvamardom@Mavara.Com

حق اشتراک و کمک‌های نقدی خود را به حساب جاری شماره ۲۳۵۲ بانک ملی ایران (کد بانک ۳۰۳) خیابان جمهوری، خیابان سی تیر به نام نشریه دانش و مردم واریز نمایید و رسید یا فتوکپی آن را به دفتر مجله ارسال فرمایید.

مقاله‌هایی که در «دانش و مردم» چاپ می‌شود، همیشه دیدگاه گردانندگان آن نیست و نظر نویسنده مقاله یا مترجم را منعکس می‌کند.

مرکز پخش: سوزمین تلفن ۶۴۱۴۱۲۷

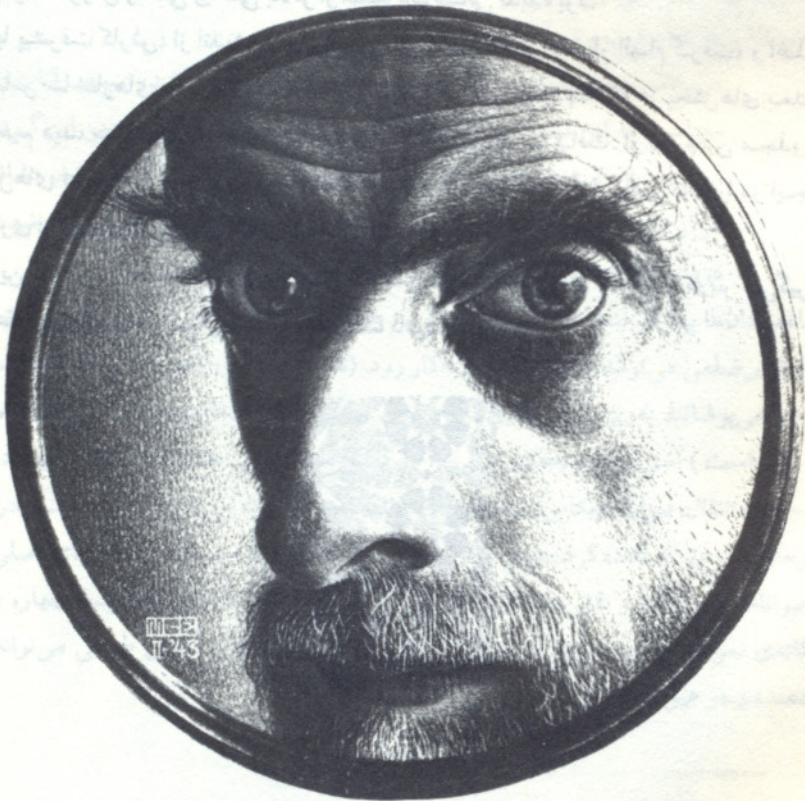
فهرست

- آغاز سخن - پرویز شهریاری..... ۲
- هنر ریاضی اشرف - برگردان: محمد باقری - نرگس عصارزاده..... ۵
- بناکنندگان اهرام - ویرجینیا مورل، برگردان: ع.ا. بهرامی..... ۲۲
- احتمال و ابهام - مارتین گاردنر، برگردان: هرمز شهریاری..... ۳۵
- هانری له پگ - پرویز شهریاری..... ۴۲
- میانگین‌های وزن مولکولی - برگردان: دکتر آوات (آرمان) طاهرپور - فاطمه بیگلویی..... ۵۲
- از تاریخ دانش و فن - هندسه‌ی افلاک، برگردان: پرویز شهریاری..... ۵۵
- ایزدمهر - تانیا شبرنگ..... ۵۷
- جهانی‌سازی به‌حفظ محیط زیست کمکی نمی‌کند آلدو مادروگا، برگردان: نگین حیدری..... ۶۳
- امپریالیسم، بحران نتولیرالیسم - بلید نسیمند - برگردان: خسرو باقری..... ۶۶
- نظم و بی‌ثباتی در آشوب - جودی پتری، برگردان با اندکی تلخیص: نگار نادری..... ۸۶
- کارش‌های باستان‌شناسی در «بندیان» درگز..... ۹۰
- روش‌های تغذیه‌ی سالم نوزادان و کودکان - دکتر توکا شهریاری..... ۹۲
- خواندنی‌ها..... ۱۱۲-۹۵
- هما احمدزاده - احمد جواهریان - مهدی تمدن - دکتر حسین سالاری - منصوره احمدی

هنر ریاضی اشرف

برگردان: محمد باقری - نرگس عصارزاده

برای من این پرسش بی پاسخ، مانده است که آیا [این کار] به حوزه‌ی ریاضیات تعلق دارد یا به حوزه‌ی هنر. م.ک. اشرف



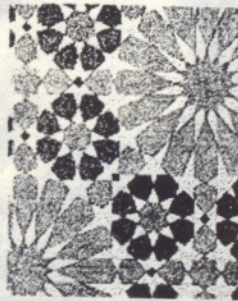
چهره‌ی اشرف کار خود او

موریتس کورنلیس اش^۱ در سال ۱۸۹۸ در لیوواردن^۲ هلند دیده به جهان گشود. او آثار هنری بی نظیر و جذابی خلق کرد که پهنه‌ی وسیعی از اندیشه‌های ریاضی را می‌کاوند و به‌نمایش می‌گذارند.

زمانی که هنوز دانش آموز بود، خانواده‌اش تصمیم گرفتند که شغل معماری پدرش را ادامه بدهد، اما نمره‌های کم و گرایش او به نقاشی و طراحی سرانجام او را به مسیر هنرهای ترسیمی (گرافیک) هدایت کرد. کارهای او تا دهه‌ی ۱۹۵۰ مورد توجه نبود، اما در سال ۱۹۵۶ اولین نمایشگاه مهم خود را برپا کرد و کارش در مجله‌ی «تایم»^۳ مطرح شد و شهرت جهانی به دست آورد. در بین بزرگ‌ترین ستاینندگان او ریاضی‌دانانی بودند که در کارهای او به‌تصویر کشیدن بسیار ماهرانه‌ی اصول ریاضی را تشخیص می‌دادند. اهمیت بیش‌تر موضوع در این بود که اش هرچگونه آموزش رسمی ریاضی بالاتر از سطح دبیرستانی ندیده بود.

با پیشرفت کارش، از اندیشه‌های ریاضی مورد مطالعه‌اش بسیار الهام گرفت، و اغلب براساس ساختارهای هندسه‌ی مسطحه و ترسیمی کار می‌کرد و چنان‌که در بخش‌های بعدی خواهیم دید، سرانجام به جوهر هندسه‌ی نااقلیدسی دست یافت. او هم‌چنین مجذوب شکل‌های تناقض‌آمیز و «ناممکن» شد و اندیشه‌ای از راجر پن‌روز^۴ [ریاضی‌دان] را در ایجاد بسیاری از کارهای فرینده‌ی هنری به‌کار گرفت.

این‌گونه برای هر دانشجوی ریاضی کارهای اش در دو حوزه‌ی وسیع را دربر می‌گیرد: هندسه‌ی فضا و آنچه می‌توان آن را منطق فضا نامید.



طرح الحمراء

1. Maurits Cornelis Escher
3. Time

2. Leeuwarden
4. Roger Penrose

کاشی‌کاری^۱

تقسیم‌بندی منظم صفحه که «کاشی‌کاری» نامیده می‌شود، عبارت است از آرایش شکل‌های بسته به‌گونه‌ای که بدون تداخل یا باقی گذاشتن جای خالی صفحه را به‌طور کامل بپوشانند. اغلب شکل‌های پدیدآورنده‌ی کاشی‌کاری، چندضلعی‌ها یا شکل‌های منتظم مشابه هستند مانند کاشی‌های مربعی که در کف اتاق به‌کار می‌رود. اما اثر شیفته‌ی هر نوع کاشی‌کاری - منتظم یا غیرمنتظم - بود و علاقه‌ی خاصی به‌آنچه «دگردیسی»^۲ می‌نامید داشت که در آن شکل‌ها تغییر می‌کنند و روی هم تاثیر متقابل می‌گذارند، و حتا در پاره‌ای موارد خود را از قید صفحه رها می‌کنند.

این علاقه در سال ۱۹۳۶ در سفری به اسپانیا و بازدید از نمونه‌های کاشی‌کاری به‌کار رفته در قصر الحمراء آغاز شد. او روزهای زیادی را برای گرت‌برداری از این کاشی‌کاری‌ها صرف کرد و بعدها ادعا کرد: «این غنی‌ترین منبع الهامی بود که به‌سراغش رفتم». در سال ۱۹۵۷ مقاله‌ای درباره‌ی کاشی‌کاری نوشت و در آن تاکید کرد:

در ریاضیات، تقسیم‌های منظم صفحه به‌طور نظری بررسی شده است... آیا به‌آن معناست که این مبحث مذکور مساله‌ای ریاضی است؟ به‌عقیده‌ی من این‌گونه نیست... [ریاضی‌دان‌ها] دروازه‌ای به‌سوی پهنه‌ای وسیع گشوده‌اند ولی خودشان هرگز وارد آن نشده‌اند. آن‌ها به‌صرف ماهیت کارشان بیش‌تر به‌نحوه‌ی باز شدن دروازه علاقه‌مندند تا به‌باغی که آن سوی در قرار دارد.

ریاضی‌دان‌ها پیش‌تر نشان داده بودند که از بین همه‌ی چندضلعی‌های منتظم، تنها مثلث، مربع و شش‌ضلعی می‌تواند در کاشی‌کاری به‌کار رود. (تعداد زیادتری چند ضلعی‌های نامنتظم صفحه را می‌پوشانند به‌ویژه کاشی‌کاری‌های زیادی هست که در آن‌ها پنج‌ضلعی‌های نامنتظم به‌کار رفته است.) اثر این نمونه‌های اصلی را در کاشی‌کاری‌هایش به‌کاربرد، و از آن‌چه در هندسه به‌نام انتقال، دوران، انعکاس، ترکیب انتقال و انعکاس^۳ خوانده می‌شود، برای دست یافتن به‌الگوهای متنوع‌تر استفاده کرد. هم‌چنین روی این الگوها کار کرد و در آن‌ها شکل‌های اصلی را به‌حیوانات و پرندگان و نقش‌های دیگر تبدیل کرد. این تبدیل‌ها باید از تقارن سه، چهار، یا شش‌گانه‌ی نمونه‌های پایه پیروی می‌کردند تا کاشی‌کاری به‌هم نخورد. چنین طرحی می‌تواند تکان‌دهنده و در عین حال زیبا باشد.

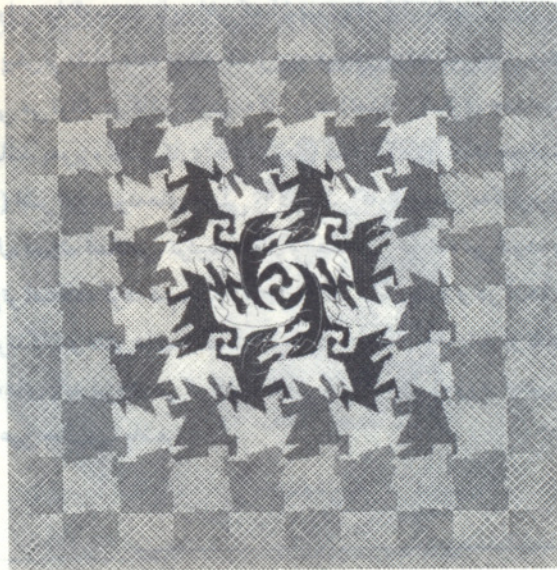
1. tessellation

2. metamorphosis

3. glide reflection

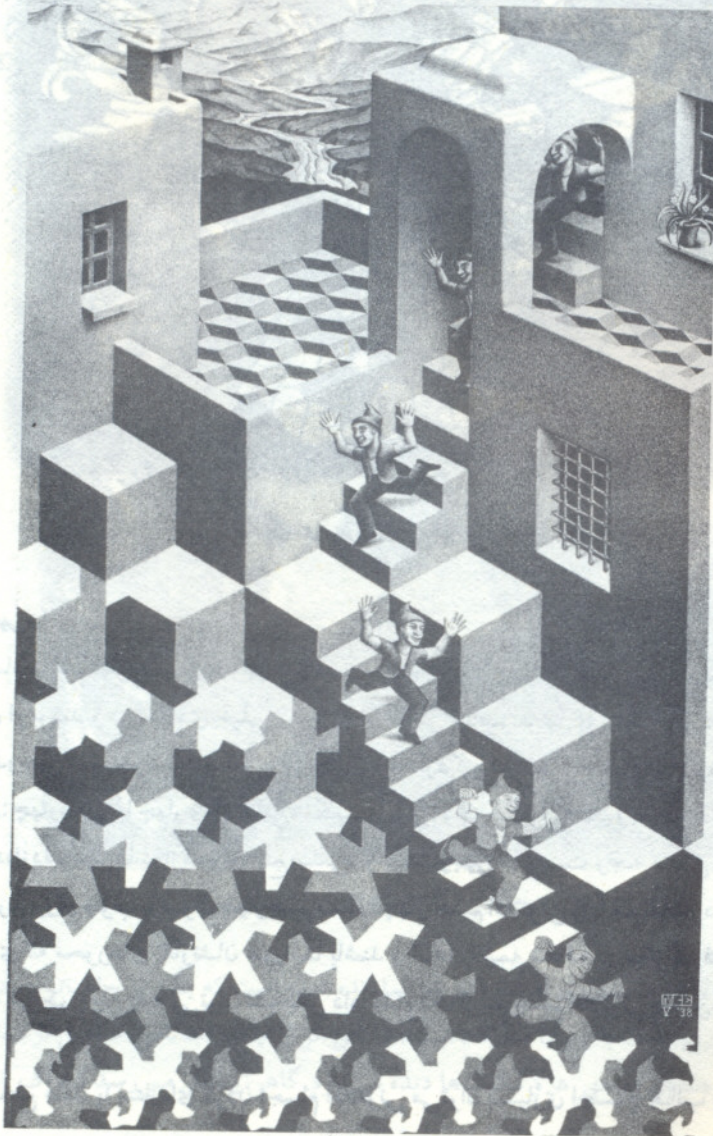


خزندگان



تکامل ۱

در تابلوی خزندگان موجودات درون کاشی کاری از زندان دو بعدی بازی گوشانه می‌گیرند و خرخرکنان از روی میز می‌گذرند تا دوباره به‌الگوی اولیه تبدیل شوند. اشر این الگوی خزندگان را در بسیاری از کاشی‌کاری‌های شش ضلعی به کار برد. در تابلوی تکامل ۱ می‌توان تغییر شکل تکاملی کاشی کاری مربعی را که به‌الگوی نهایی واقع در مرکز ختم می‌شود، مشاهده کرد.



چرخه‌ها



تقسیم‌بندی منظم صفحه با پرندگان

چندوجهی‌ها

اجسام منتظم معروف به چندوجهی جذابیت ویژه‌ای برای اشر داشتند، موضوع بسیاری از کارهای او بودند و در تعدادی خیلی بیش‌تری از آثارش عناصر فرعی را تشکیل می‌دادند. تنها پنج چندوجهی، با وجوه چندضلعی یکسان وجود دارد که به آن‌ها «اجسام افلاتونی» گفته می‌شود: چهاروجهی با چهار وجه مثلثی، مکعب با شش وجه مربعی، هشت‌وجهی با هشت وجه مثلثی، دوازده وجهی با دوازده وجه پنج‌ضلعی، و بیست‌وجهی با بیست وجه مثلثی. اشر در معرق‌کاری روی چوب با عنوان چهارجسم منتظم، چهار جسم افلاتونی را با هم تقاطع داده است به گونه‌ای که محورهای تقارنشان هم‌راستا باشند و آن‌ها را نیمه شفاف در نظر گرفته است، چنان‌که هر یک را بین بقیه می‌توان تشخیص داد. کدام یک از پنج جسم افلاتونی در این جا غایب است؟

از تقاطع دادن یا ستاره‌ای کردن اجسام افلاتونی می‌توان بسیاری اجسام جالب به‌دست

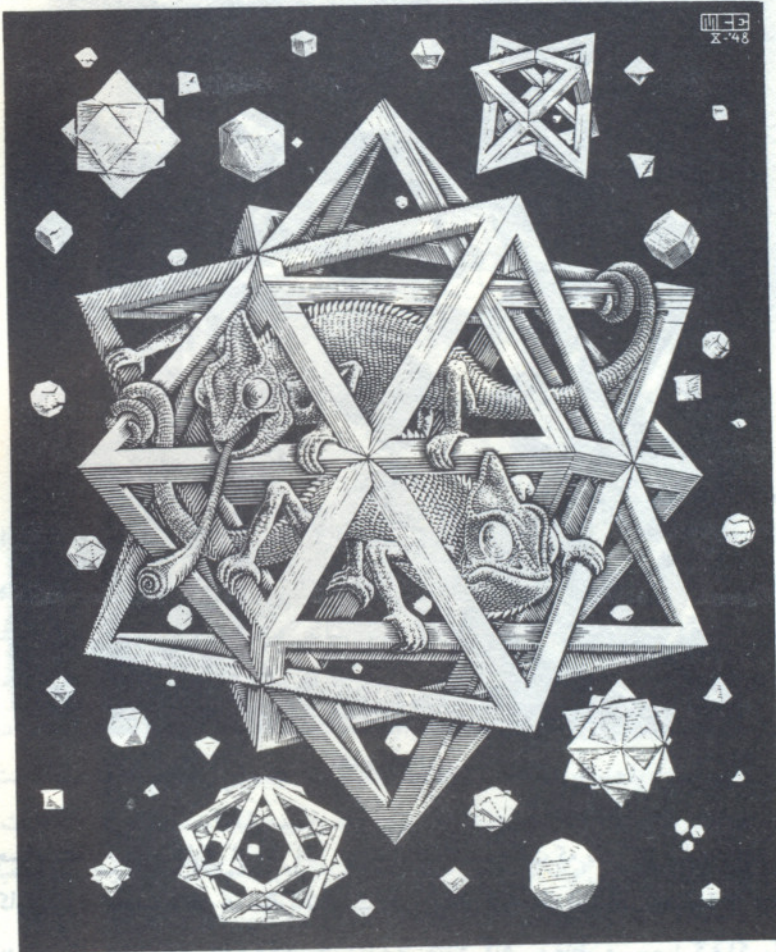
آورد. ستاره‌ای کردن^۱ یک جسم یعنی جایگزین کردن هروجه جسم با یک هرم، که جسم نوک‌تیزی با وجوه مثلثی است؛ به این ترتیب چندوجهی به ستاره‌ای سه بعدی نوک‌داری تبدیل می‌شود. نمونه‌ی زیبایی یک دوازده‌وجهی ستاره‌ای در اثری از اشرف‌نامه نظم و آشوب یافت می‌شود. در این اثر دوازده وجهی ستاره‌ای درون کره‌ای بلورین قرار گرفته است و زیبایی ساده‌ی این ساختار با بی‌نظمی خرت و پرت‌های روی میز در تضاد است. توجه کنید که منبع نور این ترکیب را می‌توان حدس زد، زیرا پنجره‌ی روشن واقع در سمت بالا و چپ ناظر، در کره منعکس شده است.



نظم و آشوب

اجسام متقاطع در بسیاری از آثار اشرف نیز نمایانده شده است که یکی از جالب‌ترین آن‌ها کنده‌کاری روی چوب با عنوان ستارگان است. در این اثر از جمله اجسامی حاصل از تقاطع هشت‌وجهی‌ها، چهاروجهی‌ها و مکعب‌ها دیده می‌شود. گاهی به نظر می‌رسد که اگر اشرف

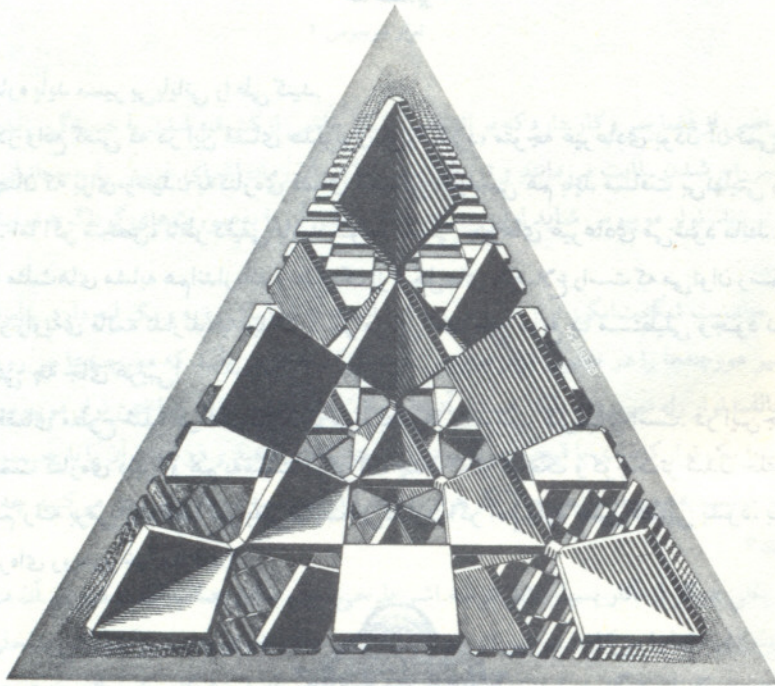
دسته‌ای از شکل‌های ریاضی را طراحی می‌کرد و آن‌ها را همان‌گونه باقی می‌گذاشت، شاید هرگز نامی از او و آثارش نمی‌شنیدیم. اما او با شیوه‌هایی چون گنجاندن آفتاب‌پرست درون آن‌ها به‌نشانه‌ی پوزخند یا هشدار، ما را از حوزه‌ی عادت‌های حسی که به آن خو گرفته‌ایم، بیرون می‌کشد و وادارمان می‌کند که با نگاه تازه‌ای به کارهای او بنگریم. بی‌تردید این سرآغاز دیگری برای تحسین اثر از سوی ریاضی‌دانان است - زیرا در پس همه‌ی کشف‌های بزرگ ریاضی، چنین طراوت حسی‌ای نهفته است.



ستارگان

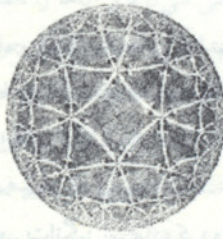
شکل فضا

مهم‌ترین کارهای اشر از دیدگاه ریاضی، آن‌هایی هستند که به ماهیت خود فضا مربوط می‌شوند. کنده‌کاری روی چوب با عنوان سه صفحه‌ی متقاطع از اشر مورد خوبی برای بررسی این آثار است، زیرا توجه هنرمند را به ابعاد فضا و توانایی ذهن را برای تشخیص فضای سه‌بعدی در نمایشی دو بعدی نشان می‌دهد. چنان‌که در بخش بعد خواهیم دید، اشر اغلب از این پدیده برای رسیدن به جلوه‌های بصری حیرت‌انگیز استفاده کرده است.



سه صفحه‌ی متقاطع

اشر با الهام از یک ترسیم موجود در کتاب ریاضی دانی به نام ه. س. کاکستر^۱ نمایش‌های زیبایی را از فضای هذلولوی از جمله در کنده‌کاری روی چوب با عنوان حد مستدیر^۳ خلق کرده است. این یکی از دو نوع فضای ناقیله‌سی است و الگوی عرضه شده در این کار اشر مبتنی بر اندیشه‌ی پوانکاره^۲، ریاضی‌دان فرانسوی است. برای تصور چگونگی این فضا، تجسم کنید که درون خود تصویر هستید. چون از مرکز شکل به سمت کناره‌های آن حرکت کنید، مانند ماهی‌های داخل شکل کوچک و کوچک‌تر می‌شوید چنان‌که حس می‌کنید برای رسیدن



حد مستدیر ۳

به کناره باید مسیر بی‌پایانی را طی کنید.

در واقع کسی که در این فضای هذلولوی قرار بگیرد، متوجه غیرعادی بودن آن نمی‌شود، هم‌چنان که برای رسیدن به کناره‌ی فضای معمولی اقلیدسی هم باید مسافت بی‌نهایتی را طی کرد. اما اگر شخص، ناظر دقیقی باشد متوجه بعضی چیزهای غیرعادی می‌شود مانند این که همه مثلث‌های مشابه هم‌اندازه‌اند و هیچ‌یک از شکل‌های با اضلاع راست که می‌توان رسم کرد، چهار زاویه‌ی قائمه ندارند، به عبارت دیگر در این فضا هیچ مربع یا مستطیلی وجود ندارد.

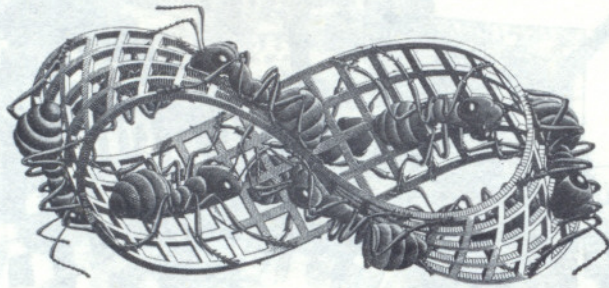
راستی چه جای غریبی!

فضای مطرح شده در کنده‌کاری موسوم به مارها به مراتب غریب‌تر است. در این جا هم به سمت کناره‌ی دایره و هم به سمت مرکز آن، چنان که از کوچک و کوچک‌تر شدن حلقه‌های درهم رفته برمی‌آید، فضا سر به بی‌نهایت می‌گذارد. اگر آدم وارد چنین فضایی بشود، با چه منظره‌ای روبه‌رو خواهد شد؟



مارها

اشر علاوه بر هندسه‌های اقلیدسی و نااقلیدسی به جنبه‌های بصری توپولوژی، شاخه‌ای از ریاضیات که در زمان حیات او به شکوفایی کامل رسیده بود، علاقه‌ی بسیار داشت. توپولوژی با



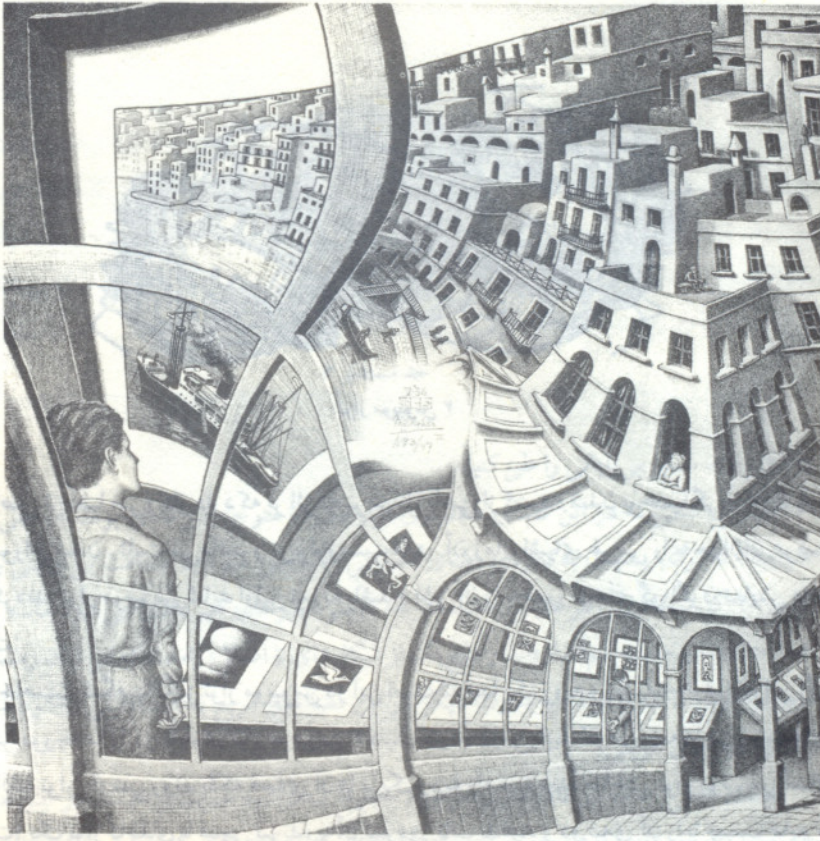
نوار مویبوس ۲

خواصی از فضا سر و کار دارد که بر اثر تغییر شکل ناشی از کشیده شدن یا خمیدگی - بدون پاره یا سوراخ شدن - ثابت می ماندند و توپولوژیست ها در آن زمان اشیای غریبی را به جهانیان عرضه می کردند. نوار مویبوس شاید اولین نمونه باشد و اثر آن را به صورت های گوناگون نمایش داده است.

خاصیت شگفت انگیز نوار مویبوس در این است که تنها یک رویه و یک لبه دارد. بنابراین اگر مسیر مورچه ها را در تابلوی نوار مویبوس ۲ دنبال کنید، درمی یابید که مورچه ها بر رویه های مخالف نوار راه نمی روند بلکه همه ی آن ها بر یک رویه راه می روند. ساختن نوار مویبوس آسان است؛ یک نوار کاغذی با قیچی ببرید، به آن نیم دور تاب بدهید و دو لبه ی آن را با چسب مایع یا نوار چسب به هم بچسبانید. حالا اگر نوار را از درازا به دو نیمه ببرید پیش بینی می کنید چه اتفاقی بیفتد؟

یکی دیگر از آثار بسیار قابل توجه اثر طرحی به نام سالن چاپ است که در آن منطق و توپولوژی فضا را می کاود. در این اثر مرد جوانی در سالن هنری به تصویر شهرکی ساحلی نگاه می کند و یک فروشگاه در امتداد اسکله وجود دارد، و در آن فروشگاه یک سالن هنری هست با یک مرد جوان که به طرح شهرکی ساحلی نگاه می کند... اما راستی! اینجا چه اتفاقی افتاده است؟

همه ی آثار اثر جای تامل بسیار دارند ولی این یکی شایسته ی تامل خاصی است. اثر به گونه ای فضا را به داخل خودش برگردانده است، چنان که مرد جوان در عین حال هم درون تصویر است و هم بیرون آن. رمز این کار اثر با توجه به کاغذ شترنجی که هنرمند برای ایجاد طرح تهیه کرده است، بهتر مشخص می شود. توجه کنید که چگونه مقیاس کاغذ شترنجی به طور پیوسته در جهت عقربه های ساعت افزایش می یابد و به ویژه توجه کنید که این ترفند

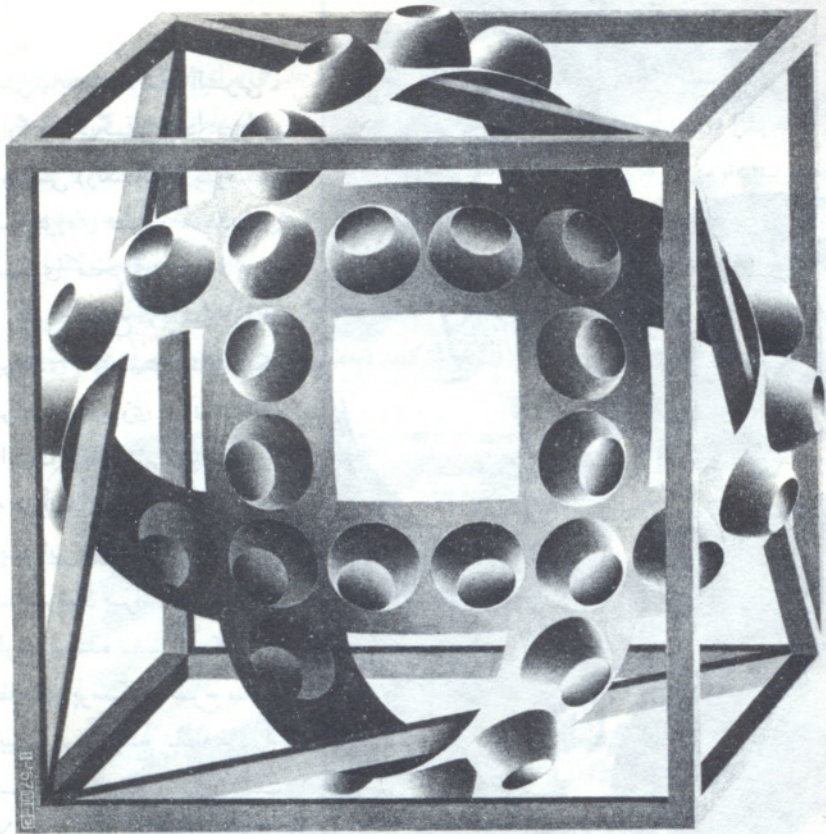


سالن چاپ

موجب چه چیزی می شود: حفره‌ای در وسط طرح. ریاضی دان به چنین چیزی، تکینگی^۱ می گوید، جایی که در آن بافت فضا گسیخته می شود. راهی برای به هم بافتن این فضای عجیب و غریب و تبدیل آن به صورتی یکپارچه و بدون شکاف وجود ندارد و اثر به جای این که آن را به گونه‌ای پنهان کند نشانه‌ی تجاری خودش را (شامل حروف آغازین) در مرکز آن قرار داده است.

منطق فضا منظور از «منطق» فضا آن دسته از روابط فضایی بین اشیای مادی است که ضروری هستند، و هرگاه نقض شوند، تناقض‌های دیداری پدید می آورند که گاهی آن‌ها را توهمات بصری

1. singularity



مکعب با رویان‌ها

می‌نامند. همه‌ی هنرمندان با منطق فضا سر و کار دارند و بسیاری از آن‌ها قانون‌های آن را آگاهانه کاویده‌اند. پیکاسو^۱ نمونه‌ای از این هنرمندان است.

اشر دریافت که هندسه‌ی فضا منطق آن را تعیین می‌کند، و هم‌چنین منطق فضا، اغلب هندسه‌ی آن را. یکی از جلوه‌های منطق فضا که او اغلب به‌کار می‌برد بازی نور و سایه روی اشیای مقعر و محدب بود. در طرح موسوم به مکعب با رویان‌ها، برآمدگی‌های روی نوارها کلیدی بصری هستند برای تشخیص این‌که چگونه با مکعب، درهم‌پیچیده شده‌اند. اما، اگر بخواهیم به‌چشمانمان باور داشته باشیم، نمی‌توانیم به‌رویان‌ها باور داشته باشیم! یکی دیگر از دل‌بستگی‌های اشر پرسپکتیو بود. در هر طرح پرسپکتیو، نقاط فراری^۲ انتخاب می‌شوند که برای چشم ما در حکم نقطه (های) واقع در بی‌نهایت هستند. مطالعه‌ی پرسپکتیو و «نقطه‌ی واقع در



بالا و پایین

بسی نهایت^۱ توسط آلبرتی^۱، دزارگ^۲ و دیگران در دوره‌ی نوزایی (رنسانس) بود که به‌حوزه‌ی نوین هندسه‌ی تصویری^۳ منجر شد.

اشر با مطرح کردن نقاط فرار غیرعادی و واداشتن عناصر یک ترکیب به‌پیروی از آن نقاط، توانست صحنه‌هایی پدید آورد که در آن‌ها جهت‌گیری‌های «بالا / پایین» و «چپ / راست» و عناصرشان براساس نحوه‌ی نگرش بیننده تغییر می‌کند. در مطالعه‌ی پرسپکتیو طرح بالا و پایین هنرمند پنج نقطه‌ی فرار قرار داده است: چپ و راست بالا، چپ و راست پایین، و مرکز. نتیجه این است که بیننده در نیمه‌ی پایینی به سمت بالا می‌نگرد و در نیمه‌ی بالایی به سمت پایین. اشر برای تأکید بر آن‌چه صورت داده است، نیمه‌های بالایی و پایینی را نقش‌هایی از یک ترکیب اختیار کرده است.

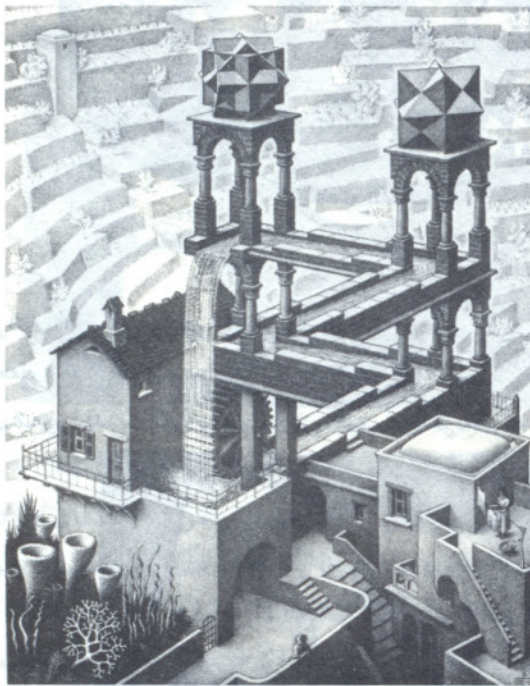
سومین نوع «طرح‌های

1. Alberti

2. Desargues

3. projective geometry

ناممکن» مبتنی است بر اصرار ذهن بر استفاده از سرنخ‌های بصری برای ساخت جسم سه بعدی از نمایش دو بعدی، و اثر کارهای بسیاری مرتبط با این نوع نابهنجاری خلق کرده است. یکی از فریبنده‌ترین کارهای او براساس اندیشه‌ی مثلث ناممکن از ریاضی‌دانی به نام راجر پن‌رُز است. در این طرح که آبشار نام دارد، دو مثلث پن‌رُز در یک شکل ناممکن ترکیب شده‌اند. بیننده متوجه یکی از دلیل‌هایی می‌شود که منطقی فضا باید از چنین ساختاری ممانعت کند: این آبشار یک دستگاه بسته است، با این حال چرخ آسیاب را به‌طور پیوسته، مانند یک ماشین کار داریم می‌چرخاند و قانون بقای انرژی را نقض می‌کند. (به‌مربع‌ها و هشت‌وجهی‌های متقاطع روی برج‌ها توجه کنید.)



آبشار

اشاره به‌خود و آگاهی‌ها

آخرین نکته‌ی مورد توجه ما در هنر اثر به‌رابطه‌ی آن با زمینه‌های دانش آگاهی‌ها و هوش مصنوعی مربوط می‌شود. این جنبه‌ی کار او در مطالعات قبلی بررسی شده است، اما اهمیت آن را در این زمینه‌ها داگلاس ر. هوفشتاتر^۱ در کتاب گودل، اشتر، باخ، بافته‌ی زرین جاوید^۲ که در سال

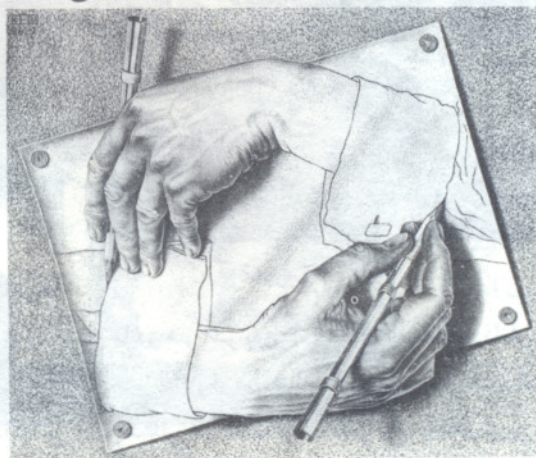
1. Douglas R. Hofstadter

2. Godel, Escher, Bach: An Eternal Golden Braid



ماهی‌ها و پولک‌ها

۱۹۸۰ برنده‌ی جایزه‌ی پولیتزر^۱ شد، به خوبی تبیین کرده است. یک مفهوم اصلی که اثر به آن پرداخت، اشاره به خود^۲ است که به عقیده‌ی بسیاری با مبحث پیچیده‌ی شعور - قدرت ذهن برای پردازش آگاهی‌ها به گونه‌ای که هیچ کامپیوتری قادر به رقابت

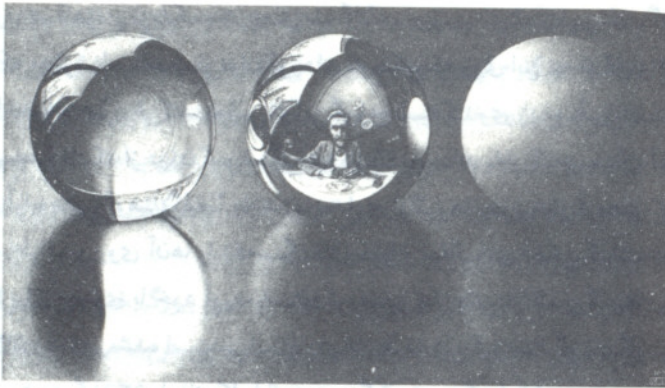


دستان ترسیم‌گر

1. Pulitzer Prize

2. self - reference

با آن نیست - ارتباط بسیار نزدیکی دارد. طرح داستان ترسیم‌گر و کنده‌کاری روی چوب با عنوان ماهی‌ها و پولک‌ها هر کدام این مفهوم را به‌طور متفاوتی به‌کار گرفته‌اند. در طرح اول اشاره به خود مستقیم و ادراکی است؛ ترسیم دست‌ها به‌وسیله‌ی خودشان بسیار شبیه کار رازآلود ذهن است که خود را درمی‌یابد و می‌سازد، و در این‌جا خود و اشاره به خود، جدایی‌ناپذیر و هم‌پایه‌اند. از طرف دیگر در ماهی‌ها و پولک‌ها اشاره به خود بیشتر تر کارکردی است و آن را می‌توان خودمانایی^۱ نامید. پس این کنده‌کاری روی چوب، نه تنها ماهی بلکه هر جانوری را توصیف می‌کند، زیرا اگرچه ما، دست کم به‌طور فیزیکی، از مشابه‌های کوچک خودمان ساخته نشده‌ایم، از دیدگاه نظریه‌ی آگاهی‌ها چنین ساخته شده‌ایم، زیرا هر یاخته‌ی بدنمان حاوی آگاهی کامل در توصیف کل وجودمان به‌صورت دی. ان. آ است.



سه کره ۲

در سطح عمیق‌تر، اشاره به خود، در نحوه‌ی انعکاس و برخورد جهان‌های ادراک ما با یکدیگر ظاهر می‌شود. ما هر کدام شبیه به حرفی از یک کتاب هستیم که داستان خودش را می‌خواند، یا شبیه تصویر آینه‌ای هستیم که چشم‌انداز خودش را بازمی‌تاباند. بسیاری از کارهای اثر موضوع تلاقی دنیاها را نمایش می‌دهد، ولی ما در این‌جا تنها یکی از نمونه‌ها را در نظر می‌گیریم. همان‌گونه که اثر اغلب با این اندیشه برخورد می‌کند، در طرح سه کره‌ی ۲ از خواص بازتابشی آینه‌ی کرومی استفاده کرده است. در این‌جا چنان‌که هوفشتاتر اشاره کرده است، «به‌نظر می‌رسد که هر بخش جهان شامل هر بخش دیگر و در عین حال درون هر بخش دیگر است...» کره‌ها، هم‌دیگر را، هنرمند را، اتاق کار او را و کاغذی را که روی آن کره‌ها را رسم می‌کند، باز می‌تابانند.

1. self-resemblance